



UNIVERSIDAD
SAN SEBASTIAN
VOCACIÓN POR LA EXCELENCIA

FACULTAD DE EDUCACIÓN

PROGRAMA FORMACIÓN PEDAGÓGICA

SEDE CONCEPCIÓN – CONCEPCIÓN

**ANÁLISIS DE LOS ERRORES COMETIDOS POR LOS ESTUDIANTES DE OCTAVO
BÁSICO EN LAS DIFERENTES REPRESENTACIONES SEMIÓTICAS DE DUVAL DE
LA FUNCIÓN LINEAL Y AFÍN**

Tesis para optar al Grado de Licenciado en Educación

Profesora guía:

Mg. Nolfia Núñez Fuentealba

Estudiante:

Magaly Durán Bustamante

Concepción, 09 Enero de 2025

© Magaly de las Mercedes Durán Bustamante. Se autoriza la reproducción parcial o total de esta obra con fines académicos, por cualquier forma, medio o procedimiento, siempre y cuando se incluya la cita bibliográfica del documento.

FACULTAD DE EDUCACIÓN

PROGRAMA FORMACIÓN PEDAGÓGICA

SEDE CONCEPCIÓN – CONCEPCIÓN

CALIFICACIÓN DEL PROYECTO DE GRADO

En _____, el ____ de _____ de _____
los abajo firmantes dejan constancia de que los estudiantes:

_____ del Programa
Formación Pedagógica para Licenciados y/o Profesionales, en el área de
Matemática, han aprobado la asignatura de Seminario de Investigación en
Educación Matemática para optar al grado de Licenciado en Educación con una nota
de _____.

Firma Profesor evaluador

AGRADECIMIENTOS

Se expresan agradecimientos a las personas que han aportado para desarrollar esta investigación.

Se extiende un reconocimiento especial a la profesora guía, Mg. Nolfá Núñez Fuentealba, cuya dedicación ha sido esencial durante todo el proceso. Su colaboración ha permitido avanzar y superar los desafíos que han surgieron en el desarrollo de este trabajo.

También, expresar agradecimiento al profesor Mg. Daniel Fernández Contreras, cuyo valioso aporte como docente en la asignatura de Seminario de Investigación fue muy importante para avanzar y cumplir con las diferentes etapas necesarias para el desarrollo de este trabajo. Su profundo conocimiento, dedicación y orientación fueron fundamentales para llevar a cabo esta investigación de manera óptima y dentro de los plazos establecidos.

Además, deseo expresar mi sincero agradecimiento a los profesores que validaron el instrumento de evaluación: al Dr. Juan Albornoz Pinilla, director del campus Parral del Centro de Formación Técnica del Maule; al Mg. Claudio Fuentes Ortega, Jefe de UTP del Liceo Guillermo Marín de la comuna de Retiro; al Mg. Udelio Parra Orellana, Jefe del Departamento de Educación de la comuna de Retiro y a la profesora Mg. María Hernández Castillo, Inspectora General y Jefa de Convivencia Escolar del Colegio Robinson Cabrera de la comuna de Retiro. Agradezco que hayan destinado parte de su valioso tiempo para realizar una contribución fundamental en el desarrollo del marco metodológico de este trabajo.

DEDICATORIA

Quisiera hacer un homenaje póstumo a dos profesores de matemáticas que motivaron la realización de este seminario. A la joven profesora Priscila Solar Ramírez, del Colegio Nobel School de Parral, quien hace cuatro años pidió a mi hija que realizara una actividad sobre la función lineal y afín. Al profesor Roberto Reinoso Bascuñán, quien en su primera clase de Geometría de la carrera, nos permitió llevar el aprendizaje a un nivel superior en la parte cognitiva, enseñándonos que la recta tiene infinitos puntos y su relación con la función lineal, y además realizó la demostración correspondiente.

TABLA DE CONTENIDOS

RESUMEN	11
ABSTRACT	13
INTRODUCCIÓN GENERAL	15
CAPÍTULO 1. ANTECEDENTES	18
1.1 Introducción del capítulo.....	18
1.2 Pruebas Internacionales y Nacionales.....	19
1.2.1 El Programa para la Evaluación Internacional de los Estudiantes (PISA).....	19
1.2.2 Pruebas Nacionales.....	20
1.2.2.1 El Sistema de Medición de la Calidad de la Educación (SIMCE).....	20
1.2.2.2 Diagnóstico Integral de Aprendizaje (DIA).....	21
1.3 Problema de Investigación	22
1.4 Análisis bibliográfico de los errores de la función lineal y afín, según Duval.....	24
1.5 Justificación de la investigación.....	28
CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO	29
2.1 Introducción del Capítulo.....	29
2.2 Programa de Estudio del Octavo Básico	29
2.2.1 Organización Curricular.....	29
2.2.2 Orientaciones Didácticas.....	31
2.2.3 Orientaciones de Evaluación.....	33
2.2.4 Objetivos de Aprendizaje.....	34

2.3 Unidad de Currículum y Evaluación.....	34
2.4 Conceptos de Función, Función Lineal y Función Afín	36
2.4.1 Función	36
2.4.2 Función Lineal	36
2.4.3 Función Afín.....	37
2.5 Representación Semiótica de Duval.....	37
2.6 Importancia del estudio de la función lineal y afín	42
2.7 Error Matemático.....	43
CAPÍTULO 3 METODOLOGÍA.....	46
3.1 Introducción del Capítulo.....	46
3.2 Planteamiento del Problema.....	47
3.3 Metodología.....	48
3.3.1 Variables de Investigación.....	49
3.3.2 Muestra.....	49
3.3.3 Técnica e Instrumento de Recolección de Datos.....	50
3.4 Pregunta de Investigación.....	53
3.5 Objetivo de Investigación.....	53
3.5.1 Objetivo General	53
3.5.2 Objetivos Específicos	54
3.6 Fases de Investigación.....	54
CAPÍTULO 4. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS.....	59
4.1 Introducción del capítulo.....	59

4.2 Análisis de Datos.....	59
CAPÍTULO 5 CONCLUSIONES.....	71
5.1 Introducción del capítulo.....	71
5.2 Reflexiones finales.....	71
5.3 Limitaciones del estudio.....	74
5.4 Proyecciones del estudio.....	74
REFERENCIAS.....	76
ANEXOS.....	81
Anexo 1: Validación de la evaluación por los Expertos.....	90
Anexo 2: Resultados de la Validación de expertos.....	90
Anexo 3: Validación del Dr. Juan Albornoz Pinilla.....	91
Anexo 4: Validación del Mg. Claudio Fuentes Ortega.....	92
Anexo 5: Validación del Mg. Udelio Parral Orellana.....	93
Anexo 6: Validación de la Mg. María Hernández Castillo.....	94
Anexo 7: Instrumento de la Investigación.....	95
Anexo 8: Respuestas de los alumnos del octavo básico.....	102

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 Porcentaje promedio de respuestas correctas del 8° básico.....	21
Figura 2 Desarrollo y Aplicación de la Función Afín.....	35
Figura 3 Representaciones Semióticas de Duval.....	39
Figura 4 Cantidad de Preguntas por Actividad.....	52
Figura 5 Fases del Proceso cuantitativo.....	55

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1 Especificaciones del Instrumento de Evaluación.....	51
Tabla 2 Resultados Obtenidos del Instrumento.....	60
Tabla 3 Porcentajes de Representaciones por Tratamiento.....	62
Tabla 4 Respuestas del Ejercicio N°3.....	63
Tabla 5 Porcentajes de Representaciones por Conversión.....	64
Tabla 6 Respuestas del Ejercicio N°2.....	65
Tabla 7 Respuestas del Ejercicio N°4.....	67
Tabla 8 Respuestas del Ejercicio N°6.....	68
Tabla 9 Respuestas del Ejercicio N°8.....	69

RESUMEN

El propósito de esta investigación es analizar los errores que cometen los alumnos de octavo año básico del Liceo Bicentenario Guillermo Marín Larraín de la comuna de Retiro, en las diferentes representaciones semióticas de la función lineal y afín. Para ello, se seleccionó una muestra de 30 estudiantes.

En los antecedentes se presentan las pruebas internacionales y nacionales que reflejan el nivel de competencia en matemáticas, evidenciando que los alumnos de nuestro país no alcanzan el umbral mínimo de aprendizaje. Asimismo, los alumnos incluidos en este estudio no muestran un nivel adecuado en las pruebas nacionales de matemáticas. Es fundamental también revisar tres investigaciones previas que preceden a este análisis, las cuales abordan los errores cometidos por los estudiantes en la función lineal y afín, utilizando los Registros de Representaciones Semióticas de Duval.

La metodología utilizada en esta investigación se caracteriza por un enfoque cuantitativo, un diseño no experimental, un alcance descriptivo y un corte transversal. La recolección de datos se realiza en un único momento, sin la manipulación de las variables, y se orienta a responder la pregunta de investigación. Para la recopilación de la información se utilizó un instrumento basado en preguntas, que incluye ejercicios del Diagnóstico Integral de Aprendizaje (DIA) de octavo básico, correspondientes a las pruebas de matemáticas del año 2024 y 2023; instrumento que fue previamente validado por cuatro docentes expertos de la comuna de Retiro y Parral.

El análisis de los resultados revela los errores que cometen los estudiantes en las diferentes representaciones de Duval de la función lineal y afín. Relacionando los errores de los alumnos de octavo básico en la comuna de Retiro con las investigaciones anteriores, se observan algunos errores, como la conversión entre el registro algebraico

y el gráfico, presentan una frecuencia similar. Sin embargo, en el caso de la conversión del registro del lenguaje natural al registro algebraico, los alumnos no coinciden con el mismo porcentaje de errores. Se consideró la Teoría propuesta por Duval, siendo útil para el análisis de los errores y así abordar de manera integral el concepto matemático de la función lineal y afín.

Palabras claves:

Errores matemáticos, Representaciones Semióticas, Registros, Función Lineal y Afín.

ABSTRACT

The focus of this research is to analyze the mistakes made by eighth grade students of the Liceo Bicentenario Guillermo Marín Larraín of Retiro, in the different semiotic representations of the linear and affine function. For this purpose, a sample of 30 students was selected.

In the background, international and national tests that reflect the level of competence in mathematics are presented, showing that students in our country do not reach the minimum learning threshold. Likewise, the students included in this study do not show an adequate level in the national mathematics tests. It is also fundamental to review three of the previous investigations that precede this analysis, which address the errors made by students in the linear and affine function using Duval's Records of Semiotic Representations.

The methodology used in this research is characterized by a quantitative approach, a non-experimental design, a descriptive scope and a cross-sectional cut. Data collection is carried out at a single point in time, without manipulation of variables, and is oriented to answer the research question. For the collection of information, a question-based instrument was used, which includes exercises of the Comprehensive Learning Diagnosis (DIA) of eighth grade, corresponding to the mathematics tests of the year 2024 and 2023; instrument that was previously validated by four expert teachers from the commune of Retiro and Parral.

The analysis of the results reveals the errors that students make in the different Duval representations of the linear and affine function. Relating the errors of eighth grade students in the Retiro commune with previous research, it is observed that some errors, such as the conversion between the algebraic and graphical register, present a similar

frequency. However, in the case of the conversion from the natural language register to the algebraic register, the students do not coincide with the same percentage of errors. The data analysis considered the Semiotic Representation Records proposed by Duval, which turned out to be a useful method for the analysis of errors and to comprehensively address the mathematical concept of the linear and affine function.

Key words:

Mathematical errors, Semiotic Representations, Registers, Linear and Affine Function.

INTRODUCCIÓN GENERAL

Este estudio examina los errores que cometen los estudiantes de octavo básico en las diversas representaciones de la función lineal y afín según Duval, proporcionando información sobre cómo los alumnos llevan a cabo las actividades de tratamiento y conversión en el marco de la Teoría de los Registros de Representación Semiótica (Duval, 1999).

En el primer capítulo se presentan los antecedentes de la investigación que indican que el 50% de los alumnos chilenos no alcanzan el nivel mínimo de competencia en Matemática, en el Programa para la Evaluación Internacional de Estudiantes del año 2022. En las pruebas nacionales, los alumnos del Liceo Bicentenario Guillermo Marín Larraín de la comuna de Retiro, en la Prueba del Sistema de Medición de Calidad de Educación (SIMCE) de 2° medio de Matemáticas del año 2023, los alumnos tuvieron un nivel insuficiente de aprendizaje, en las pruebas de Diagnóstico Integral de Aprendizaje (DIA) del monitoreo intermedio en matemáticas del año 2024, los primeros medios alcanzaron el 28,2% y el 8° básico el 39,5% de respuestas correctas. El problema de la investigación radica en la dificultad que enfrentan tanto los estudiantes como profesores para comprender el concepto de función, generalmente se restringen a la manipulación de una representación y esto produce limitaciones en su comprensión (Hitt, 2003). Además, se realiza un análisis bibliográfico de tres investigaciones sobre los errores de la función lineal y afín en las distintas representaciones semióticas propuestas por Duval. También, se realiza la justificación de la investigación, el objeto matemático es muy difícil para enseñarlo, ya que está asociado a distintos elementos matemáticos (Forero, 2018).

En el segundo capítulo se revisa el marco teórico de la investigación, abarcando temas como el programa de estudio de octavo básico, énfasis en la educación matemática, la organización curricular, las orientaciones didácticas y de evaluación, los objetivos de aprendizaje, la unidad de currículo y evaluación. Esta investigación se focaliza en el eje de Álgebra y Funciones, toma en cuenta dos objetivos de aprendizaje, el n°7 que se centra en la función lineal y el n°10 relacionado con la función afín, siendo este último considerado en el instrumento para la recopilación de información. A continuación, se presentan los conceptos importantes para la investigación, tales como función, función lineal y afín. Después, se considera la representación semiótica de Duval, que incluye actividades de tratamiento y conversión, así como los diferentes registros de lenguaje natural, algebraico, gráfico y el tabular, que se reflejan en los resultados y conclusiones del estudio. Además, se menciona la importancia del estudio de la función lineal y afín. Finalmente, estudiar el error matemático desde la perspectiva de Socas (1997), Rico (1998) y Brousseau (1999).

En el tercer capítulo se aborda la metodología, que incluye el planteamiento del problema y la siguiente pregunta de investigación: ¿cuáles son los errores cometidos por los estudiantes de octavo básico, del Liceo Bicentenario Guillermo Marín Larraín, de la comuna de Retiro, en las representaciones semióticas de Duval de la función lineal y afín?. La investigación tiene el enfoque cuantitativo y transversal que permite obtener la información en un solo momento (Hernández, 2014). Se especifican las variables y se detalla que la muestra está compuesta por 30 estudiantes, siendo esta no probabilística. La técnica utilizada para la recolección de datos consiste en un instrumento de evaluación que incluye 10 preguntas extraídas de la Prueba de Diagnóstico Integral de Aprendizaje (DIA) de matemáticas para octavo básico, cuyo análisis dará respuesta al objetivo general

de la investigación: analizar los errores cometidos por los estudiantes de octavo año básico, del Liceo Bicentenario Guillermo Marín Larraín de la comuna de Retiro, en las representaciones semióticas de Duval de la función lineal y afín.

En el cuarto capítulo, correspondiente al análisis de resultados, se presentan tres preguntas relacionadas con la actividad de tratamiento. Dos de estas preguntas están diseñadas para obtener la imagen de un número real, mientras que la otra se centra en la traslación de una función, donde en esta última se obtuvo el 50% de respuestas correctas y el mismo porcentaje de respuestas incorrectas. En cuanto a las siete preguntas de conversión, se observa que en la cuarta pregunta, que implica la conversión del Registro Algebraico al Registro Gráfico y en la octava, que se trata sobre la conversión del Registro Gráfico para pasar al Registro Algebraico, ambas presentan el 80% de respuestas incorrectas.

En el capítulo cinco, se extraen las conclusiones derivadas de la investigación, basadas en la implementación y los objetivos establecidos. El 80% de los estudiantes de octavo básico del Liceo Bicentenario Guillermo Marín Larraín cometen errores en la conversión del Registro Algebraico al Registro Gráfico, hallazgo que coincide con la investigación de Montaña (2019). En cuanto a la conversión del Registro Gráfico al Registro Algebraico, la investigación de Soto et al. (2019), revela que el 55% de los alumnos contestaron respuestas parciales y ninguno alcanzó la respuesta correcta, mientras que en esta investigación solo el 20% logró responder correctamente.

CAPÍTULO 1. ANTECEDENTES

1.1 Introducción del capítulo

En este capítulo se presentan las pruebas internacionales y nacionales que rindieron los estudiantes, para poder indagar en la estadística de los puntajes obtenidos. La prueba internacional PISA desde el año 2000 se aplica cada tres años y su finalidad es conocer en qué medida los sistemas educativos y las sociedades están preparando a los estudiantes en el desarrollo de competencias y habilidades que les permitan vivir, actuar y alcanzar sus objetivos en la sociedad del siglo XXI, evaluando los dominios de Lectura, Matemática y Ciencias Naturales. En el año 2022, el dominio principal fue Matemática (Agencia Calidad de Educación. PISA, 2022).

La prueba nacional del Sistema de Medición de Calidad de Educación (SIMCE) tiene como objetivo medir los aprendizajes de los alumnos en áreas como Matemática y Lectura, es fundamental para orientar las políticas públicas y tomar decisiones informadas en relación con la mejora educativa en todos los niveles. En este estudio se consideró el SIMCE de 2° medio de matemáticas del año 2023.

El Diagnóstico Integral de Aprendizajes (DIA) es una herramienta de evaluación opcional que se ofrece a todas las instituciones educativas del país a través de una plataforma en línea. Su propósito es facilitar el seguimiento del aprendizaje de los alumnos en dos áreas: la socioemocional y la académica. Este diagnóstico se realiza en tres momentos del año escolar: al inicio, en el intermedio y al final del periodo. En esta investigación se analizaron las respuestas de la prueba del Diagnóstico Integral de Aprendizajes del Monitoreo Intermedio de los 1° medios y del 8° básico, en matemáticas del año 2024.

El análisis del estudio de las pruebas es de gran importancia para tener los antecedentes de esta investigación, lo que permite contar con un conocimiento previo académico de

los alumnos del Liceo Bicentenario Guillermo Marín de la comuna de Retiro. También, se realizó un estudio de algunas investigaciones que fueron publicadas con respecto a la función lineal y afín, de los errores que tuvieron los alumnos a partir de las dificultades especificadas por los autores, basadas en las diferentes representaciones semióticas de Duval.

1.2 Pruebas Internacionales y Nacionales

1.2.1 El Programa para la Evaluación Internacional de los Estudiantes (PISA)

Los hallazgos más importantes presentados por la Agencia de Calidad de la Educación en el Informe Nacional PISA (2022), tanto de Chile como en mundo, fueron los siguientes:

- El 50% de los estudiantes chilenos, no alcanzan el nivel mínimo de competencia en Matemática, es decir, están por debajo del nivel 2, correspondiente a 420 puntos. Los alumnos presentan respuestas erróneas en los ejercicios de comprensión básica de las relaciones funcionales y en las interpretaciones de los resultados.
- En los resultados detallados de la competencia de matemática en la comparación internacional, Chile lidera en Latinoamérica y el Caribe, mostrando un puntaje promedio de 412 puntos. Sin embargo, los alumnos no alcanzan el umbral de competencias mínimas, ya que están 8 puntos por debajo del puntaje ideal de 420.
- Chile superó en 39 puntos al promedio de los países de Latinoamérica, que obtuvieron 373 puntos.

- Un 78% de los 6488 estudiantes que participaron en la prueba PISA (tenían 15 años, matriculados entre 7° básico y cursos superiores) de un total de 230 establecimientos educacionales en Chile, perciben que sus docentes de matemáticas están interesados en sus aprendizajes, siendo el promedio de los países OCDE un 63%.
- En el dominio de Matemática, un promedio del 69 % de los estudiantes han mostrado tener al menos un nivel de desempeño básico en los países de la OCDE, empezando a demostrar la capacidad e iniciativa de utilizar la Matemática en situaciones simples de la vida real, donde involucran variables, extraen información relevante de tablas, gráficos o representaciones. Sin embargo, el puntaje obtenido por Chile se aleja en 60 puntos del promedio alcanzado por la OCDE de 472 puntos, y en 163 puntos de Singapur, que ocupa el primer lugar en el ranking.

1.2.1 Pruebas Nacionales

1.2.1.1 El Sistema de Medición de la Calidad de la Educación (SIMCE)

Según la Síntesis de los Resultados del SIMCE del año 2023, entregada por la Agencia de Calidad de la Educación, los alumnos de 2° medio del Liceo Bicentenario Guillermo Marín Larraín de la Comuna de Retiro obtuvieron los siguientes resultados en matemáticas:

- Puntaje promedio y comparación con el Grupo Socioeconómico (GSE). Los alumnos obtuvieron un puntaje promedio de 234, lo cual fue superior en 7 puntos

al puntaje promedio nacional del mismo GSE, que fue de 227. El liceo se sitúa en el nivel de aprendizaje insuficiente, ya que el puntaje SIMCE fue menor a 252 puntos.

- Distribución de estudiantes en los estándares de aprendizaje. El nivel insuficiente fue del 56,7%, el nivel elemental fue del 40,4% y el nivel adecuado fue apenas del 2,9%.
- Puntaje promedio en cada eje temático. En el Eje de Números obtuvieron 5 puntos de 10, en los ejes de: álgebra y funciones, geometría y probabilidad y estadística, obtuvieron puntos similares, que fueron 4 de 10.

1.2.1.2 Diagnóstico Integral de Aprendizaje (DIA)

En el liceo Bicentenario Liceo Guillermo Marín Larraín de la Comuna de Retiro, los alumnos de Octavo básico obtuvieron un promedio de 39,5% de respuestas correctas en el Eje Temático de Álgebra y Funciones, cuando rindieron la Prueba del DIA de Matemática del periodo intermedio del año 2024.

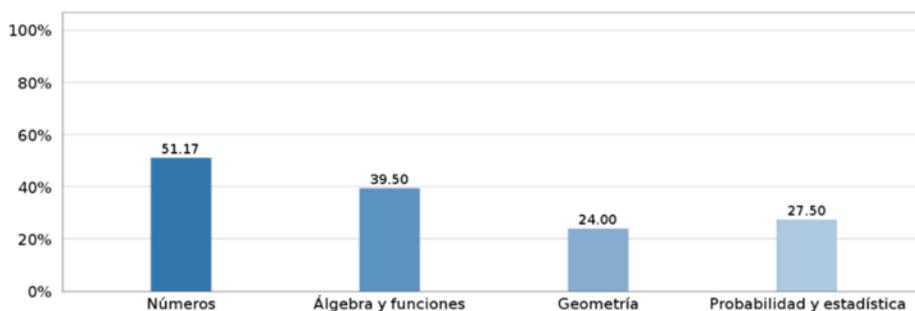


Figura 1: Porcentaje promedio de respuestas correctas del 8° Básico.

Fuente: Diagnóstico Integral de Aprendizaje (Agencia de Calidad de la Educación, 2024).

Este menor resultado se visualiza en los cursos posteriores de la educación media, siendo reflejado en el resultado de la Prueba DIA Intermedia de los seis cursos de Primero Medio (A al F) que alcanzaron un promedio de 28,2% de aciertos en Álgebra y Funciones. Considerando específicamente el tema de Funciones, en octavo básico el promedio de respuestas correctas fue de un 31,5% y el promedio de los cursos de primero medio fue solo de un 21,1%, lo que demuestra una baja porcentual del 10% aproximado.

1.3 Problema de Investigación

Los resultados anteriores demuestran que el error aumenta en el eje de funciones a medida que los estudiantes avanzan en los niveles educativos del Liceo Bicentenario Guillermo Marín Larraín. Según el monitoreo de la prueba DIA Intermedia de octavo básico que rindieron los alumnos, tuvieron un promedio de 31,5% de respuestas correctas del tema de funciones y el grupo de seis cursos (aproximadamente 220 alumnos) de primero medio obtuvo un promedio más bajo del 21,1%. En la Prueba SIMCE, los alumnos de seis cursos de segundo medio se sitúan en el Nivel de Aprendizaje Insuficiente, siendo su resultado del puntaje promedio de 234 puntos. En el eje de álgebra y funciones, alcanzaron 4 puntos de 10. A nivel nacional, los errores de conceptos y procedimientos detectados en los estudiantes de 2° medio a partir de las pruebas SIMCE de Matemática aplicadas en los años anteriores al año 2023, muestran una alta proporción de estudiantes de este nivel que no han consolidado los aprendizajes que son prerrequisitos para construir los nuevos aprendizajes de los cursos posteriores. En la prueba internacional PISA, los alumnos chilenos alcanzaron un puntaje de 412 puntos, que está por debajo del umbral de competencia mínima. El escenario internacional del rendimiento en matemáticas en todos los niveles formativos es

preocupante, en especial en Latinoamérica y el Caribe, donde el porcentaje de estudiantes que no han logrado el nivel mínimo de competencias está entre el 60 y 90 por ciento (Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura [Unesco], 2024).

En el aprendizaje de las matemáticas, es común que los alumnos cometan errores, es importante motivarlos para que pierdan el miedo de equivocarse, de manera que los errores sean considerados como oportunidades de aprendizaje y no como fracaso (Agencia de Calidad de la Educación, 2018). El error puede ser percibido como un método de enseñanza y distinguir la fortaleza constructiva, creativa y didáctica. Por lo tanto, resulta interesante tratar el tema del error, considerando la importancia que tiene en la práctica y la enseñanza (Ramos, 2018).

Según Hitt (2003), el problema que tienen los estudiantes y profesores sucede cuando se limitan a manipular una sola representación del concepto de función, lo que influye en la construcción de los conocimientos. Según Duval (2004), las actividades que involucran transformaciones de tipo conversión y tratamiento en la enseñanza de las funciones, no son tomadas en cuenta por los profesores, desconociendo que pueden promover un mejor entendimiento en los alumnos. El Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas [CPEIP] (2022), señala en los Estándares de la Profesión Docente para las Carreras de Pedagogía en Educación General Básica de Matemática, que el modelamiento matemático de fenómenos a través de las funciones lineales o afines debe incluir representaciones tabulares, gráficas o algebraicas, vinculando la pendiente de forma creciente.

La Agencia de la Calidad de la Educación (2018), señala que la enseñanza de los conceptos matemáticos es una responsabilidad compartida por todos los docentes del área. Muchos errores comunes en el aprendizaje de las matemáticas están relacionados con la comprensión deficiente de conceptos que deberían haberse asimilado a lo largo de la trayectoria escolar. Por ello, es fundamental reconocer que el aprendizaje de las matemáticas es un proceso continuo, los conceptos matemáticos son dinámicos; se desarrollan, adquieren nuevas propiedades y se adaptan a diferentes situaciones. Esto implica que su enseñanza debe estar conectada con las definiciones que los estudiantes ya han aprendido, ayudándoles a identificar los aspectos que cambian para facilitar una comprensión más profunda. Para que los estudiantes puedan aprender nuevos conceptos, es crucial asegurarse de que cuenten con los conocimientos previos que sustentan ese aprendizaje. Si estos conocimientos son insuficientes, erróneos o inexistentes, los estudiantes enfrentarán dificultades en la adquisición de nuevos conocimientos.

1.4 Análisis bibliográfico de los errores de la función lineal y afín, según Duval

A continuación se presentan las siguientes investigaciones:

- Montaña, (2019), se pueden extraer los siguientes datos:
 - Tema: Algunas dificultades en la comprensión de la función lineal asociadas a la conversión entre los registros gráficos y algebraicos en grado noveno.
 - Colegios: Institución Educativa San Vicente, del distrito de Buenaventura y el colegio Nuestra Señora Consoladora del Carpinello, de Colombia.
 - Investigación: las transformaciones de la función lineal y en particular la

pendiente como una propiedad fundamental del objeto matemático.

- Base de la fundamentación: semiótico y cognitivo de Duval.
 - Nivel de estudiantes: noveno grado, con edades entre 13 y 14 años.
 - Muestra: 12 estudiantes de cada institución.
 - Problema 1. Planes de voz. De acuerdo con esta investigación, el 83% de los estudiantes no lograron realizar la transformación de la conversión del verbal al sistema algebraico. Presentan dificultades para identificar las variables, la pendiente y el coeficiente de posición.
 - Problema 2. Se les solicitó a los alumnos realizar una gráfica que represente una función $y = mx + b$, en la que $m > 0$ y $b < 0$, sin dar valores numéricos de m y b . Esta investigación demuestra que el 80% de los alumnos cometen errores al momento de graficar porque no comprenden los parámetros.
 - Problema 3. Nivel de descarga del portátil. Se trata de una variación donde relacionan dos variables; por un lado, la carga de la batería y por otro, el tiempo en que se descarga el portátil, el 10% de los alumnos no comprenden el enunciado del problema, el 40% no puede determinar los dos puntos y no interpretan bien las variables. Existe el 50% de los alumnos que cometen errores en relacionar las dos variables.
- Soto et al., (2019), se puede mencionar la siguiente información:
 - Tema: Coordinación de los Registros de Representación en el Aprendizaje de la Función Lineal. Se basan en la Teoría de Duval.
 - Escuela: Secundaria de la ciudad de Catamarca, Argentina.
 - Muestra estadística: 9 alumnos de edad de 14 años.

- Resolución de problemas de tres ítems: el primero se trata de una persona que tiene un sueldo fijo y se le suma una comisión mensual, los alumnos debían hacer la conversión de lo verbal a la representación tabular, algebraica y gráfica; el segundo se trata de la cobranza de un contrato de prestación de servicio telefónico más un valor variable por el uso del internet, igual que el ítem 1 deben realizar las conversiones, pero se le agrega una actividad de tratamiento cuando deben responder una pregunta, la cual tendrán que calcular y explicar la respuesta del costo total del servicio y el tercer ítem se trata solo de hacer una conversión del método gráfico al algebraico de un experimento de temperatura de una sustancia. Según las respuestas, el 67% de los estudiantes tuvo error en la conversión del registro tabular al gráfico; hubo respuestas correctas de igual porcentaje en la conversión del registro verbal al tabular. También se debe mencionar que en todos los ítems hay un 30% aproximado de alumnos que no responden. Se agrega que ningún estudiante realiza la conversión del registro gráfico al algebraico, solo el 55% resuelve de forma incompleta el ejercicio. Tampoco realizan la conversión del algebraico al gráfico. Otro ejercicio del tratamiento, los alumnos obtienen el 66% de errores.
- Hernández (2023), fue posible extraer la siguiente información:
 - Tema: Función lineal y sus registros de representación semiótica. Diseño de una secuencia didáctica para el nivel secundaria.
 - Escuela: Secundaria General Salvador Vidal, se encuentra ubicada en la Ciudad de Zacatecas. México.

- Muestra: 17 estudiantes, de edad entre 11 y 12 años.
- Resultados: en la prueba diagnóstica de 10 ítems, el 76% de los alumnos comete error al graficar los puntos en el plano cartesiano. En la pregunta de la definición de función lineal, el 58% de alumnos no contesta. El mayor porcentaje de respuestas correctas fue del 71% de la conversión del registro analítico al tabular.

Se pueden mencionar algunos ejercicios de resolución de problemas en el periodo de desarrollo: en una cafetería venden crepas, a las que se les pueden agregar ingredientes extras; cantidad de agua que tendrá un recipiente en minutos y el de un agricultor que se dedica a la venta de girasoles. Se visualiza el crecimiento con el uso de fertilizantes.

Según el estudio, lo más fácil para los alumnos fue: leer los datos a partir del gráfico, identificación de variables, conversión del registro tabular al gráfico y conversión del registro verbal al tabular.

-Las dificultades: transitar del registro verbal al registro algebraico, nadie contesta correctamente, también presentan errores del 50% en la conversión del registro gráfico al algebraico.

El autor de esta investigación concluyó que la propuesta didáctica favoreció la comprensión de la función lineal, promoviendo en los alumnos las diferentes conversiones, la identificación de la pendiente y el coeficiente de posición, la interpretación de datos y el gráfico de la recta.

1.5 Justificación de la investigación

La educación matemática necesita modos de funcionamiento cognitivos que requieren la movilización de sistemas específicos de representación, los cuales constituyen la representación semiótica, que se puede entender como el conjunto de signos para expresar las representaciones mentales y hacerlas visibles a otros objetos. Duval afirma que si no se distingue el objeto matemático de sus representaciones, no puede haber comprensión matemática (Duval,1999). Los errores de los estudiantes se presentan cuando relacionan los diferentes registros semióticos que permiten representar las funciones. Forero (2018), menciona que el objeto matemático es muy difícil para enseñarlo, ya que está asociado a distintos elementos matemáticos.

En la investigación de algunas dificultades en la comprensión de la función lineal, se detectaron errores del 83% de los alumnos al realizar la conversión del registro verbal al sistema algebraico y del 80% errores del registro verbal al registro gráfico. Presentan dificultades al relacionar las variables e identificar los parámetros (Montaño, 2019).

En el estudio de la Coordinación de los Registros de Representación de la Función Afín, los alumnos cometieron los errores del 67% de conversión del registro tabular al registro gráfico (Soto et al., 2019).

Hernández (2023), efectuó una investigación sobre la Función lineal y sus registros de representación semiótica, se determinó que el 76% de los alumnos cometen errores al graficar y el 50% en la conversión del registro gráfico al registro algebraico.

Esta investigación tiene por objetivo investigar los errores cometidos por los alumnos de octavo básico, en las representaciones semióticas de Duval, de la función lineal y afín, por lo tanto, es de real importancia revisar la teoría que se encuentra en el siguiente capítulo.

CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO

2.1 Introducción del Capítulo

En este capítulo se hace una revisión del programa de estudio de matemática de octavo básico, se considera la organización curricular donde se mencionan las habilidades, los ejes temáticos, las actitudes, las orientaciones didácticas y de evaluación para los profesores, los objetivos de aprendizaje que tienen relación con el estudio de la función lineal y afín. Por medio de la Unidad de Currículo y Evaluación se presenta una actividad relacionada con la función afín. Se profundiza en los conceptos de función, función lineal y afín. También se menciona la representación semiótica de Duval. Finalmente, se definen los errores matemáticos.

2.2 Programa de Estudio del Octavo Básico

El Programa de Estudio del Octavo Básico de matemática fue elaborado por la Unidad de Currículum y Evaluación del Ministerio de Educación (MINEDUC) en el año 2016. Este instrumento curricular es una propuesta que apoya la gestión curricular de los colegios. A continuación se exponen los datos relevantes del Programa de Estudio.

2.2.1 Organización Curricular

Ministerio de Educación (2016). El Programa de Estudio de Octavo Básico menciona la organización curricular que está formada por los siguientes preceptos:

Habilidades. Son capacidades esenciales para realizar tareas y resolver problemas. En este ciclo se desarrollan cuatro habilidades:

Resolver problemas. El alumno aprende a solucionar un problema matemático, sin que se le haya indicado un procedimiento específico a seguir. Aplica estrategias por medio del ensayo y error, usa metáforas, modela, compara diferentes soluciones, evaluando las respuestas obtenidas y su pertinencia.

Representar. Se propone que los estudiantes transiten desde la representación concreta hacia la pictórica, para avanzar hacia un lenguaje simbólico. Permite la comprensión, memorización y que la matemática sea más accesible para todos los estudiantes.

Modelar. Permite resolver problemas reales por medio de la construcción de modelos físicos, computacionales o simbólicos.

Argumentar y comunicar. La habilidad de comunicar se desarrolla principalmente cuando el estudiante tiene la oportunidad de expresarse oralmente y por escrito, incluyendo las propiedades básicas, los patrones, las tendencias de los datos y las relaciones lógicas.

Ejes temáticos. En este ciclo, desde 7° a 2° medio, los conocimientos se organizan en cuatro ejes temáticos:

Números. En este eje los alumnos progresan desde los números enteros hasta los números reales, comprenden los números y sus reglas de las operaciones básicas, permiten modelar situaciones en la vida diaria. Se espera que, al final de este ciclo, los estudiantes puedan transitar por las diferentes formas de representación de un número: concreta, pictórica y simbólica.

Álgebra y Funciones. Se espera que los estudiantes comprendan, escriban, representen y usen expresiones algebraicas para designar números; establezcan relaciones entre ellos mediante ecuaciones, inecuaciones o funciones, siempre orientadas a resolver problemas. Los aprendizajes en Álgebra y Funciones se relacionan

fuertemente con el eje de Números; un trabajo adecuado en ambos ejes permitirá que los estudiantes comprendan y desarrollen conceptos nuevos cuando cursen niveles superiores, y fortalezcan los adquiridos en el ciclo anterior. Se destaca este eje en la investigación, ya que incluye el concepto matemático de funciones.

Geometría. Se espera que los alumnos desarrollen sus capacidades espaciales, para ello, comparan, miden y estiman magnitudes, y analizan propiedades, características de diferentes figuras geométricas de dos y tres dimensiones. En este eje, la habilidad de representar juega un rol especial.

Probabilidad y estadística. El enfoque de este eje radica en interpretar y visualizar datos estadísticos, las medidas que permitan comparar las características de poblaciones y estudiar los experimentos aleatorios sencillos.

Actitudes. Son objetivos de aprendizaje que se desarrollan junto con los conocimientos y habilidades de la asignatura. Se deben fomentar de forma sistemática y constante, por medio de actividades de aprendizaje, interacciones en clases, actividades extraprogramáticas, la acción del profesor y la comunidad educativa.

2.2.2 Orientaciones didácticas

Ministerio de Educación (2016). El Programa de Estudio de Octavo Básico, menciona las siguientes orientaciones didácticas:

La formación matemática en este nivel requiere que los estudiantes construyan y aprendan su propio significado de los conceptos y procedimientos para que desarrollen una base sólida. Los profesores deben planificar situaciones de aprendizaje en las que los estudiantes logren establecer vínculos entre los conceptos y las habilidades

matemáticas y puedan demostrar la comprensión por sobre la mecanización.

El estudiante adquiere conocimientos mediante el aprender haciendo en situaciones concretas, luego traduce a un gráfico y después expresa en símbolos matemáticos. Se debe considerar al estudiante como protagonista de su aprendizaje.

El profesor cuando enseña debe tener en consideración los siguientes factores para lograr aprendizajes profundos en sus estudiantes: aprender haciendo, centrar el aprendizaje en el alumno, experiencias previas que en este trabajo de investigación se deben considerar las proporciones directas como base para aprender la función lineal, el nuevo conocimiento de la función afín se construye sobre el conocimiento previo de la función lineal y la función cuadrática tiene de base la función afín.

Otro factor esencial son las conexiones que se establezcan entre la matemática y otras asignaturas, usar experiencias prácticas en situaciones concretas de la vida diaria y de modelos matemáticos, científicos y sociales, también facilita el aprendizaje.

Recurrir frecuentemente a representaciones, analogías y metáforas: facilita la comprensión del significado de los conceptos. Se estima que son un aporte cognitivo y pedagógico, ya que al representar situaciones de la vida cotidiana, se aclaran conceptos y se introducen nuevas ideas, haciéndolas cercanas y significativas para los estudiantes, generándoles motivación y una mayor seguridad en sus capacidades.

El uso de las Tecnologías de Información y Comunicación (TIC) facilita a los profesores enseñar las matemáticas con nuevos métodos de aprendizajes. Utilizando las herramientas tecnológicas, pueden ejecutar los procedimientos rutinarios en forma rápida y precisa. A su vez, los software educativos amplían las posibilidades de ejercitación motivante y de acceso a la información. La tecnología también ayuda a la evaluación, ya que permite a los docentes examinar los procesos que han seguido los estudiantes en

sus investigaciones matemáticas y en los resultados obtenidos.

Repasar conceptos y ejercitar, es importante para reforzar los conceptos básicos, con la finalidad de asegurar la comprensión. Se deben aprovechar las oportunidades para generar discusiones sobre las vías de solución y la efectividad de las estrategias escogidas. En esta diversidad, el estudiante descubre cómo mejorar y superarse en su proceso de aprendizaje en las matemáticas.

2.2.3 Orientaciones de evaluación

Ministerio de Educación (2016), entrega las orientaciones de evaluación:

La evaluación formativa ayuda tanto al profesor como al estudiante a conocer los avances y las áreas que es necesario fortalecer para continuar el proceso de aprendizaje. Con esta información, el docente puede tomar decisiones para modificar y adecuar su planificación, tomando en cuenta las necesidades de sus estudiantes. Por su parte, los estudiantes podrán centrar sus esfuerzos con la confianza de que lograrán mejorar sus resultados. Las evaluaciones formativas tienen un carácter de orientación y de apoyo al aprendizaje, permiten obtener información sobre los progresos, la comprensión y el aprendizaje de los contenidos y las habilidades en cualquier momento. Las sugerencias de los instrumentos de evaluación son las siguientes: proyectos de grupos o individuales, diario de vida matemático, trabajo colaborativo, portafolio, presentación o conferencia matemática, entrevista individual o actividad de autocorrección.

El instrumento de esta investigación será una evaluación formativa.

2.2.4 Objetivos de Aprendizaje

Ministerio de Educación (2016). La propuesta de estudio de matemática, en el curso de Octavo Básico comprende en total 17 objetivos de aprendizaje, 228 horas pedagógicas y 38 semanas de estudio.

El tema de la Función Lineal y Afín está incluido en el Eje Temático de Álgebra y Funciones, abarcando el Objetivo de Aprendizaje número 7 y el número 10.

Objetivo de Aprendizaje número 7. Mostrar que comprenden la noción de función por medio de un cambio lineal: utilizando tablas, usando metáforas de máquinas, estableciendo reglas entre x e y , representando de manera gráfica (plano cartesiano, diagramas de Venn), de manera manual y/o con software educativo.

Objetivo de Aprendizaje número 10. Mostrar que comprenden la función afín: generalizándola como la suma de una constante con una función lineal, trasladando funciones lineales en el plano cartesiano, determinando el cambio constante de un intervalo a otro, de manera gráfica y simbólica, de manera manual y/o con software educativo, relacionándola con el interés simple, utilizándola para resolver problemas de la vida diaria y de otras asignaturas.

La investigación en el marco metodológico en la aplicación del instrumento considera el objetivo de aprendizaje número 10.

2.3 Unidad de Currículum y Evaluación

De acuerdo a la Unidad de Currículum y Evaluación del Ministerio de Educación (2023), de matemática, el texto presenta ejemplos sobre cómo diseñar experiencias que integren

aprendizajes, lo que implica articular diferentes saberes y no se limita a una metodología específica. El ejemplo número 5: Desarrollo y Aplicación de la Función Afín, en una evaluación diagnóstica, la docente de 8° básico comprende por su experiencia que la función afín se basa en conocimientos en la función lineal y revisa el concepto de proporcionalidad directa de 7° básico, utilizando el cambio lineal como elemento integrador. La docente identifica conexiones interdisciplinarias entre la función lineal y la asignatura de Ciencias Naturales, específicamente con la Ley de Hooke y la fuerza de roce. Para esto, planea utilizar la experimentación en laboratorio o applets en línea, en el trabajo grupal para enriquecer la comprensión de la realidad a través de la matemática y las ciencias naturales.

Para la reactivación de conocimientos de la proporcionalidad directa utilizará ejercicios simples y después usará el comportamiento de un resorte en Ciencias Naturales (eje de Física) donde los estudiantes miden su estiramiento con masas de 50 g, y 100 g, generando pares ordenados para graficar en un plano cartesiano.

Ejemplo 5			DESARROLLO Y APLICACIÓN DE LA FUNCIÓN AFÍN		
Asignatura: Ciencias Naturales / Matemática	Ciclo: 7° Básico a 2° Medio	Curso: 8° Básico			
Finalidad: Desarrollo de aprendizajes profundos	Integración: Interdisciplinaria	Foco: Desarrollo Aprendizajes Socioemocionales			

Figura 2: Desarrollo y Aplicación de la Función Afín.

Fuente: Unidad de Currículum y Evaluación del Ministerio de Educación (2023).

2.4 Conceptos de Función, Función Lineal y Función Afín

Según Rojas (2020), define los siguientes conceptos:

2.4.1. Función

Es una relación entre dos variables x e y , a cada valor de la primera le corresponde un único valor de la segunda, denominado imagen. La primera variable x , se denomina variable independiente, la otra variable y es la variable dependiente.

$y = f(x)$ es la expresión algebraica de una función.

Dominio de una función. Es el conjunto x de todos los números reales para los cuales la función f existe o está definida.

Rango de una función. También conocido como imagen o recorrido, es el conjunto de todos los valores que cumplen $y = f(x)$.

Gráfica de una función. Es la representación en el plano cartesiano de todos los pares (x,y) ; donde x es un valor de la variable independiente, mientras que y es la imagen de la función del punto x .

2.4.2 Función Lineal

Es aquella cuya gráfica es una línea recta que pasa por el origen, su expresión algebraica es $y = mx$, con $m \neq 0$. El valor m representa la pendiente de la recta.

Una función lineal es creciente si $m > 0$ y decreciente si $m < 0$.

2.4.3 Función Afín

Es aquella cuya representación gráfica en una línea recta y la expresión algebraica es $f(x) = mx + b$, con m y b distintos de cero. La constante m es la pendiente, grado de inclinación de la línea recta y b es el coeficiente de posición, el cual corresponde el valor en el eje Y por donde pasa su gráfica, en el punto $(0, b)$.

Sean los puntos $P1(x_1, y_1)$ y $P2(x_2, y_2)$, entonces la pendiente es: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

2.5 Representación Semiótica de Duval

El investigador francés Dr. Raymond Duval, filósofo y psicólogo de formación, desarrolla sus investigaciones en psicología cognitiva desde la década de 1970, ofreciendo importantes contribuciones al área de la Educación Matemática.

Duval en el año 1988, tiene un acercamiento a la investigación de la didáctica de las matemáticas. Utilizó por primera vez la noción de registro, la que está unida a los conflictos cognitivos que se presentan en los alumnos en los procesos de conversión entre las representaciones. Duval pone atención a las representaciones y dificultades de los estudiantes en el paso de una representación a otra, por ejemplo, de una representación algebraica, $y=2x$, $y= x + 2$, a su representación gráfica; muestra que 26 alumnos de un total de 105 lograron reconocer la representación gráfica de $y= x + 2$, y 39 la de $y=2x$. En esa investigación, Duval señala que es más difícil pasar de una representación gráfica a su representación algebraica.

Actividades Cognitivas

Cinco años después, proporciona una definición, sobre el rol que cumplen las representaciones tanto en la comunicación como en el aprendizaje (Duval, 1993). Define

la noción de registro como un sistema formal de símbolos, con operaciones bien definidas, que se utiliza en tres actividades cognitivas fundamentales ligadas a la semiosis:

- **Registro.** La identificación en un registro dado, permite expresar un objeto que está en la mente. Esta actividad implica lo que el sujeto quiere representar. Duval (2004), indica que el registro representa la información parcial sobre las propiedades del objeto.
- **Tratamiento.** Se encarga de transformar las representaciones del objeto matemático usando propiedades que posea el sistema en el cual se encuentra representado, con la finalidad de generar nuevas representaciones para tener un aprendizaje significativo.
- **Conversión:** tiene como propósito convertir las representaciones en las cuales se encuentra el objeto matemático de un sistema a otro, es decir, si el objeto se encuentra representado en el registro algebraico, entonces se transforma a un registro gráfico, de lenguaje natural o pictórico (Olivares, 2018).



Figura 3: Representaciones Semióticas de Duval.

Fuente: Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. (Duval, 2006).

En la Teoría de los Registros de Representación Semiótica (TRRS) de Raymond Duval, se afirma la importancia de utilizar varios registros, ya que la coordinación de dichos registros es primordial para la comprensión de los objetos matemáticos, los que al ser objetos ideales y abstractos necesitan ser representados mediante representaciones semióticas, como gráficos, expresiones algebraicas, tablas de datos o lenguaje natural. La representación de un objeto matemático es de forma parcial sino se transforman por medio de la conversión, los cuales son fundamentales para el aprendizaje matemático (Duval, 1999). En la teoría de Duval, el proceso de conversión entre representaciones de diferentes registros es primordial en la construcción del objeto matemático que se espera desarrollarse en el alumno.

También, en la TRRS son claves las nociones de semiótica y noesis. Se denomina semiótica a cualquier actividad que incluya signos y noesis a los actos cognitivos como la aprehensión conceptual de un objeto. Duval considera que los dos están relacionados y menciona que no existe noesis sin semiótica, es decir, no se puede aprender un concepto matemático sin pasar por la actividad de tratamiento y conversión de diferentes registros de representación semiótica.

Duval (2004), distingue cuatro tipos de registros de representaciones semióticas fundamentales y generales en los objetos matemáticos: lenguaje natural o verbal, algebraico, gráfico y numérico, los cuales fueron considerados en el presente trabajo y se describen a continuación:

- Registro en lenguaje natural (RLN): descripción del fenómeno a analizar de manera oral o escrita.
- Registro algebraico (RA): representación del objeto al usar expresiones algebraicas.
- Registro gráfico (RG): representación del objeto al usar coordenadas cartesianas.
- Registro tabular o numérico (RN): representación del análisis de los aspectos numéricos.

Duval (2004), define dos tipos de representaciones:

Representaciones mentales: son aquellas que están conformadas por todas las imágenes mentales que una persona tiene acerca de un objeto. Son internas, pues son inherentes a una persona y son comunicadas a otra mediante una representación externa.

Representaciones semióticas: son representaciones conscientes y externas generadas por un individuo, que tiene como propósito la comunicación. Por lo tanto, las

representaciones semióticas son esenciales para el desarrollo de la actividad matemática.

Duval (2006), menciona que muchos objetos matemáticos se pueden representar en diferentes registros de representación semiótica, lo que ayudará en su comprensión.

Raymond Duval destaca dos requisitos cognitivos que involucran representaciones semióticas dentro del ámbito matemático, que son las siguientes:

Propiedad de transformación. El aprendizaje de las matemáticas requiere de alguna transformación de representación semiótica, específicamente en las transiciones que ocurren entre registros, las que permiten que los objetos matemático sean representados por distintas representaciones semióticas.

El proceso cognitivo de transformación de cualquier actividad matemática planteado por Duval (2006), son de dos clases: el proceso de tratamiento y de conversión, como ya se mencionó anteriormente, el tratamiento son transformaciones de las representaciones dentro del mismo sistema semiótico, con la finalidad de aportar más datos a la representación inicial; el proceso de conversión se refiere a la transformación de una representación semiótica producida en otro registro o sistema semiótico.

Propiedad de coordinación. Es muy importante en las matemáticas considerar la coordinación de los diferentes sistemas de representación, al no existir coordinación entre dos representaciones, significarán dos objetos matemáticos diferentes, sin ninguna relación entre ambos (Duval, 2006).

Estos dos requisitos son relevantes para determinar los problemas de aprendizaje que tienen los estudiantes en las matemáticas.

En la Educación Matemática, los conceptos matemáticos están conectados con la actividad mental de las personas, que están formadas por las representaciones internas y las representaciones externas de tipo semiótico, son los signos, símbolos, gráficos, constituyendo la parte externa y visible de los objetos. Duval (2006), sostiene que la educación matemática se desarrolla necesariamente en un contexto de representación.

2.6 Importancia del Estudio de la Función Lineal y Afín

Con respecto a la importancia de la función lineal y afín, se puede mencionar lo siguiente:

- Incorporar la función lineal y función afín en el curso de octavo básico, permite fomentar las habilidades en los alumnos que les sean beneficiosas para el pensamiento general y el matemático específico, tanto en el nivel que estén cursando como en los siguientes años académicos (Cañadas y Molina, 2016).
- En relación con la función lineal y afín, Acevedo et al., (2020) señalan que una de las características más relevantes es su aplicación para explicar los procesos de variación, y además permiten modelar situaciones de la vida real: el proceso de esterilización con óxido de etileno y en la fabricación de ingredientes farmacéuticos para productos inyectables y prótesis.
- El concepto matemático de función es considerado uno de los más importantes en las matemáticas y en la relación de esta ciencia con otras disciplinas para modelar una amplia gama de fenómenos (Domínguez y Cerqueira, 2021).
- La función lineal se puede aplicar en problemas de la vida cotidiana, por lo cual es importante relacionar con la representación gráfica, tabular y analítica en el modelamiento matemático. Por ejemplo: situación actual es el cambio de divisa, en el mercado cambiario lo denominan tipo de cambio, el número de moneda nacional que se debe pagar para obtener una moneda extranjera, en nuestro país

están los depósitos en moneda extranjera, las casas de cambio, las compras que se realizan en el mercado comercial internacional (Ramírez, 2023).

2.7 Error Matemático

Según Socas (1997), los errores cometidos por los alumnos no son resultado de una falta de conocimientos o por las distracciones, sino que proviene de esquemas cognitivos inadecuados. De esta forma, mencionó dos clasificaciones:

-Los errores de los alumnos en las Matemáticas se desarrollan en las experiencias previas.

-Los errores pueden tener tres orígenes: los obstáculos, las carencias y las actitudes.

Los obstáculos cognitivos tienen sus implicancias en los errores, de lo cual comprenden los obstáculos epistemológicos y los didácticos.

Los errores que provienen de las carencias tienen su origen en los diferentes estadios de desarrollo (semiótico, estructural y autónomo) que se producen en los sistemas de representación, en los que se distinguen tres etapas diferentes:

- Errores del álgebra provenientes de la Aritmética, para comprender las relaciones y procesos que se requieren haber sido asimilados en el contexto aritmético.

- Errores de procedimiento, los alumnos usan inadecuadamente las fórmulas o reglas del procedimiento.

- Errores del álgebra debidos a las características propias del lenguaje algebraico.

Los errores que provienen de las actitudes afectivas y emocionales son de diferentes clases: faltas de concentración, bloqueos y olvidos.

Rico (1998), señala que los errores pueden enriquecer el proceso de enseñanza de las matemáticas, los que surgen en el marco conceptual basado en el aprendizaje de los conocimientos previos. Los errores pueden surgir de forma espontánea; son persistentes y particulares en cada persona, por este motivo son difíciles de superar porque requieren de una reorganización de los conocimientos en el alumno. Hay un predominio de los errores sistemáticos con respecto a los errores por azar u ocasionales, los que revelan los procesos mentales que han llevado al alumno a una comprensión equivocada. Los alumnos no toman conciencia del error, pues no cuestionan lo que les parece obvio y no consideran el significado de los conceptos, reglas o símbolos con que trabajan. Los errores sistemáticos son en general el resultado de concepciones inadecuadas de los fundamentos de la Matemática.

Brousseau (1999), considera que el error no es solamente el efecto de la ignorancia, de la incertidumbre, del azar, según se creía en las teorías empiristas o conductistas del aprendizaje, sino que es el efecto de un conocimiento anterior que tuvo éxito y que ahora se revela falso.

Brousseau identifica cuatro efectos que acontecen en la Situación Didáctica, los que pueden interrumpir la construcción del conocimiento del alumno, que dentro del medio didáctico el profesor elabora, entre ellos son:

Efecto Topaze. Ocurre cuando el alumno encuentra la solución del problema, no por sus propios conocimientos sino porque el profesor facilita el desarrollo y las respuestas correctas. El docente visualiza las dificultades de los alumnos y se ve obligado a indicar los procedimientos que deben seguir, no permitiendo que los estudiantes construyan su propio conocimiento.

Efecto Jourdain. Es la actitud que tiene el profesor cuando un alumno entrega una

respuesta errónea y para no desmotivarlo le dice que está correcta.

Deslizamiento Metacognitivo. Sucede cuando el profesor ha fracasado en su enseñanza, toma una propia estrategia de resolución de un problema como objeto de estudio, en lugar del verdadero conocimiento matemático.

Uso abusivo de la Analogía. La analogía es útil para resolver problemas, pero no funciona reemplazar el estudio de una noción compleja por un caso análogo. No se debe quedar en los problemas análogos, sino que se debe regresar al problema original.

Las investigaciones, desde la que realizó Duval en el año 1988 hasta la de Hernández en el año 2023, indican que los alumnos en el transcurso de 35 años siguen cometiendo errores en las conversiones de las representaciones de la función lineal y afín. El tema de la investigación sigue siendo de suma importancia mundial en las matemáticas, por lo cual en el siguiente capítulo se procede en el marco metodológico para realizar las indagaciones en los alumnos de la comprensión de la función lineal y afín.

CAPÍTULO 3. METODOLOGÍA

3.1 Introducción del Capítulo

En este capítulo se presenta el planteamiento del problema, que se centra en el objeto matemático de la Función, un tema que resulta complicado de abordar en la sala de clases, pero las representaciones de tratamiento y conversión pueden favorecer el aprendizaje. El estudio se clasifica cuantitativo y transversal, lo que permite recopilar información específica sobre los errores cometidos por los estudiantes de octavo básico en relación con las distintas representaciones de Duval de la función lineal y afín, en un momento específico. A continuación, se identifican las variables de investigación y se define la muestra no probabilística, compuesta por 30 alumnos de octavo básico del Liceo Guillermo Marín Larraín de la Comuna de Retiro. Posteriormente, se detalla la técnica de recolección de datos que consiste en una evaluación escrita con un total de 10 preguntas. Este instrumento es validado por cuatro expertos antes de ser aplicado a los alumnos, con los que se busca analizar los errores cometidos en las diferentes representaciones de Duval de la función lineal y afín. Se expone la pregunta de investigación, así como el objetivo general y los objetivos específicos. Finalmente, se describen los pasos de la investigación estableciendo una secuencia de hitos, que permiten dar continuidad y estructurar las etapas desde la idea inicial hasta la formulación de los resultados.

3.2 Planteamiento del Problema

El objeto matemático de la Función está asociado a diferentes conocimientos, lo que lo convierte en un tema difícil de abordar en la sala de clases, tanto para los alumnos como para los profesores (Forero, 2018). Las representaciones de un objeto matemático por medio de la conversión y el tratamiento pueden favorecer el logro de los aprendizajes (Duval, 1999). Desde el punto de vista del MINEDUC (2016), la organización curricular de 8° Básico expone como una de las habilidades es de representar, que favorece la comprensión y permite que la matemática se vuelva más accesible para todos los estudiantes. Según las investigaciones, los errores cometidos por los alumnos están presentes en las distintas representaciones, Montaña (2019), menciona en su investigación que los errores se incurren al realizar la conversión de lo verbal al sistema algebraico y fue confirmado en el estudio realizado por Hernández (2023). Por lo tanto, esta investigación tiene como propósito realizar el análisis de los errores de los alumnos en la Función Lineal y Afín. De esta forma, los errores detectados se pueden convertir en una herramienta para abordar de una manera óptima el objeto matemático y lograr el aprendizaje profundo en los alumnos de octavo básico, para que puedan seguir avanzando en los cursos posteriores en las otras funciones, como lo es la función cuadrática, logarítmica, entre otras.

3.3 Metodología

La investigación se centra en un enfoque cuantitativo, diseño no experimental, alcance descriptivo y de corte transversal. Se formuló una pregunta de investigación específica: ¿Cuáles son los errores cometidos por los estudiantes de octavo año básico, del liceo Bicentenario Guillermo Marín Larraín de la comuna de Retiro, en las representaciones semióticas de Duval de la función lineal y afín?. Para ello, se utiliza un instrumento de recolección de datos, previamente validado por expertos en el tema, aplicado a los alumnos de octavo básico. Este proceso tiene como finalidad medir las variables y analizar la información mediante métodos estadísticos, interpretando los resultados según estudios anteriores para garantizar la objetividad de la investigación.

El estudio tiene un enfoque cuantitativo y de corte transversal, lo que permite obtener información puntual sobre los errores cometidos por los estudiantes de octavo básico en relación con las distintas representaciones de Duval de la función lineal y afín. Este enfoque es ventajoso, ya que facilita la recopilación de datos en un solo momento, proporcionando una visión clara y actualizada del problema investigado. Además, minimiza la subjetividad del investigador durante la recolección y análisis de datos (Hernández, 2014).

La investigación se basa en un enfoque cuantitativo, con planteamientos claramente definidos, buscando ser lo más objetiva posible y reduciendo la influencia de las tendencias del investigador o de terceros.

Este estudio se desarrolla a través de una serie de etapas que se detallan posteriormente, abarcando desde la generación de ideas hasta la redacción del reporte de los resultados. Se efectúa el análisis estadístico para describir los datos. Tiene un diseño no experimental y de corte transversal, ya que se recopila información en un solo momento.

Hernández (2014), describe la investigación no experimental como aquella que se lleva a cabo sin la manipulación intencionada de las variables, limitándose a observar los fenómenos en su entorno natural para su análisis, tal como se procederá en este estudio.

3.3.1 Variables de la Investigación

El estudio tiene las siguientes variables:

- Representaciones semióticas por Tratamiento.
- Representaciones semióticas por Conversión .
- Función Lineal y Afín.

Las que están definidas en el capítulo 2.

3.3.2 Muestra

Los estudiantes del Liceo Bicentenario Guillermo Marín Larraín, ubicado en la comuna de Retiro, reciben educación en las modalidades Técnico Profesional y Humanista Científico, con un total de 878 alumnos matriculados en 2024. En octavo básico, hay 34 alumnos, lo que equivale al 3,8% del total de estudiantes.

Se consideró como población los 34 estudiantes de octavo básico, quedando finalmente 30 estudiantes en la muestra, excluyendo a cuatro que no asistieron. Es relevante mencionar que la muestra no es probabilística (dirigida), ya que el estudio se enfoca en analizar lo que ocurre en los alumnos de un establecimiento de esta comuna, sin la intención de generalizar los resultados a una población específica.

El curso de octavo básico está compuesto por 16 damas y 18 varones.

La muestra de 30 alumnos: 16 mujeres y 14 hombres, con edades entre 13 y 14 años.

En el Programa de Integración Escolar (PIE) hay 4 estudiantes, de los cuales 3 presentan necesidades especiales transitorias (NETT) y 1 tiene necesidades especiales permanentes (NEEP).

3.3.3 Técnica e Instrumento de Recolección de Datos

El instrumento utilizado consiste en una evaluación diseñada para examinar los errores cometidos por los estudiantes de octavo básico en las representaciones de Duval de la función lineal y afín.

La evaluación se obtuvo del Diagnóstico Integral de Aprendizaje (DIA) de la prueba de matemáticas de octavo básico, seleccionando un total de 10 preguntas: 5 correspondientes al periodo de monitoreo intermedio del año 2024 y las otras 5 de la prueba final del año 2023, todas relacionadas con la función lineal y afín. Esta evaluación fue aplicada de manera individual. Las categorías del instrumento al ser aplicado a los alumnos son las siguientes: presentación del tema y antecedentes generales de forma oral y el desarrollo del instrumento por parte de los estudiantes de manera escrita. En relación con el instrumento de evaluación, se presenta a continuación una tabla que incluye el número del ejercicio seleccionado, la Prueba DIA de la que se obtuvo el ejercicio, la actividad y la representación semiótica de Duval.

Tabla 1*Especificaciones del Instrumento de Evaluación*

Ejercicio	Prueba DIA	Actividad	Representación semiótica
1	Monitoreo Intermedio 2024	Tratamiento	Registro algebraico(RA)
2	Monitoreo Intermedio 2024	Conversión	Registro en lenguaje natural(RLN) al Registro algebraico (RA)
3	Monitoreo Intermedio 2024	Tratamiento	Registro algebraico (RA)
4	Monitoreo Intermedio 2024	Conversión	Registro algebraico (RA) al Registro gráfico (RG)
5	Monitoreo Intermedio 2024	Conversión	Registro en lenguaje natural (RLN) al Registro algebraico (RA)
6	Evaluación de Cierre 2023	Conversión	Registro en lenguaje natural (RLN) al Registro algebraico (RA)
7	Evaluación de Cierre 2023	Tratamiento	Registro algebraico (RA)
8	Evaluación de Cierre 2023	Conversión	Registro gráfico (RG) al Registro algebraico (RA)
9	Evaluación de Cierre 2023	Conversión	Registro en lenguaje natural (RLN) al Registro algebraico (RA)
10	Evaluación de Cierre 2023	Conversión	Registro gráfico (RG) al Registro algebraico (RA)

Fuente: Elaboración Propia

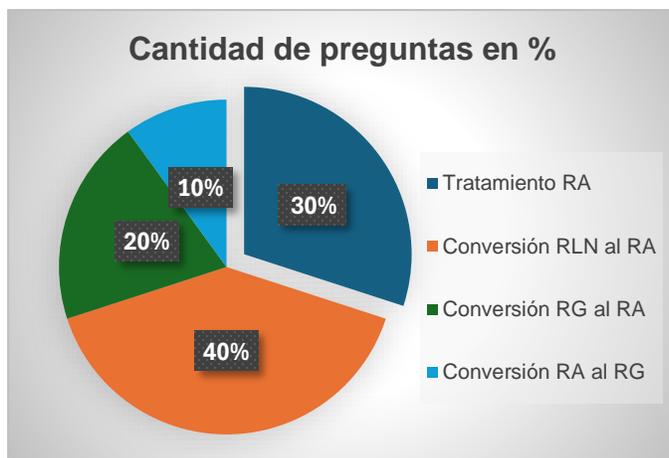


Figura 4: Cantidad de Preguntas por Actividad.

Fuente: Elaboración Propia.

De acuerdo con el gráfico, el instrumento utilizado para la recolección de datos consta de tres preguntas relacionadas con el tratamiento y siete enfocadas en la conversión. Las preguntas de tratamiento están en el Registro Algebraico y las de conversión incluyen cuatro que van desde el Registro del Lenguaje Natural al Registro Algebraico, dos del Registro Gráfico al Registro Algebraico y una del Registro Algebraico al Registro Gráfico.

El 70% del instrumento de recolección de datos está compuesto por preguntas relacionadas con la conversión, la afirmación de Duval (1988), sostiene que los conflictos cognitivos de los estudiantes están vinculados a los procesos de conversión entre diferentes representaciones. Por esta razón, se optó por incluir un mayor número de preguntas centradas en la actividad de conversión en lugar de aquellas que se enfocan en el tratamiento.

El instrumento de evaluación se validará por el método conocido como Juicio de Expertos. Para este propósito, se convocó a cuatro profesionales con grados académicos que incluyen uno de doctorado y tres de magíster en el ámbito de la educación, quienes evaluaron y calificaron el instrumento en función de las dos actividades cognitivas relacionadas con la semiosis: tratamiento y conversión, incluyendo los diferentes registros de representación. Estos expertos deben seleccionar la opción que considerarán adecuada durante la evaluación, los cuatro evaluadores eligieron la respuesta que correspondía sin aportar ninguna observación adicional (Anexo 1 y 2). Después de validar el instrumento, cada profesional procede a completar y firmar la Constancia de Validación del Instrumento (Anexo 3, 4, 5 y 6).

Después de firmar la Constancia de Validación del Instrumento de la Función Lineal y Afín, se aplica la evaluación a los estudiantes de Octavo Básico del Liceo Bicentenario Guillermo Marín Larraín, ubicado en la comuna de Retiro (Anexo 7).

3.4 Pregunta de Investigación

¿Cuáles son los errores cometidos por los estudiantes de octavo básico, del liceo Bicentenario Guillermo Marín Larraín de la comuna de Retiro, en las representaciones semióticas de Duval de la función lineal y afín?

3.5 Objetivos de Investigación

3.5.1 Objetivo General

Analizar los errores cometidos por los estudiantes de octavo básico, del liceo Bicentenario Guillermo Marín Larraín de la comuna de Retiro, en las representaciones semióticas de Duval de la función lineal y afín.

3.5.2 Objetivos Específicos

3.5.2.1 Explorar referentes teóricos cuyo objeto de estudio sean la función lineal y afín, y el error desde la Teoría de los Registros de Representación Semiótica de Duval.

3.5.2.2 Examinar los errores que presentan los estudiantes de octavo básico al realizar las diferentes representaciones semióticas de Duval en la función lineal y afín, en relación con la teoría de la investigación.

3.5.2.3 Relacionar los errores de los estudiantes de octavo básico del Liceo Bicentenario Guillermo Marín Larraín con las investigaciones previas sobre los errores de la función lineal, incluidas en este estudio.

3.6 Fases de Investigación

Como afirma Hernández (2014), el enfoque cuantitativo es un proceso riguroso y secuencial que implica seguir un conjunto de pasos determinados en un orden específico.

Los pasos para concretar son los siguientes:

Fases del Proceso Cuantitativo

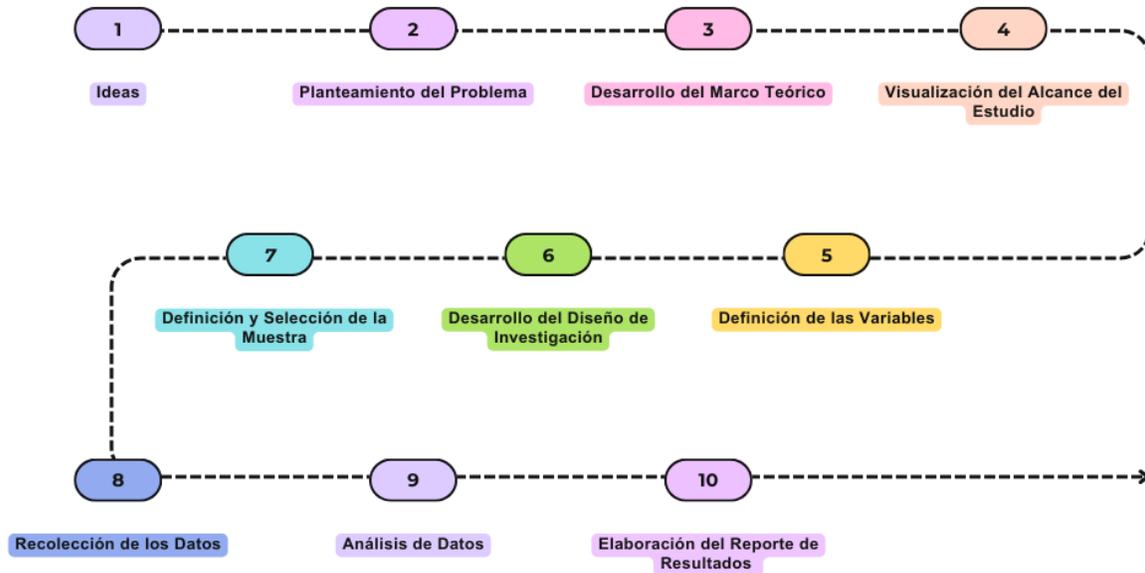


Figura 5: Fases del Proceso Cuantitativo.

Metodología de la Investigación. México: McGraw - Hill. (Hernández, 2014).

Según Hernández (2014), el enfoque cuantitativo de investigación se caracteriza por las siguientes fases:

1. Ideas. Se establece una idea general de investigación, en este trabajo se estudian los errores cometidos por los alumnos en las representaciones semióticas de Duval del concepto matemático de la función lineal y afín.

2. Planteamiento del Problema. Es la formulación del problema que se va a investigar, en este trabajo es la siguiente: ¿Cuáles son los errores cometidos por los estudiantes de octavo año básico, del liceo Bicentenario Guillermo Marín Larraín de la comuna de Retiro, en las representaciones semióticas de Duval de la función lineal y afín?
3. Desarrollo del Marco Teórico. En primer lugar, se revisan los antecedentes de los estudios indagados en las representaciones Semióticas de Duval de la Función Lineal y Afín, que sirven como conocimientos previos en esta investigación, para luego establecer el marco teórico que permita guiar el estudio.
4. Visualización del alcance del estudio. En esta investigación se incluyó un curso de octavo básico del Liceo Bicentenario Guillermo Marín Larraín de la Comuna de Retiro, compuesto por 34 alumnos, de los cuales se aplicó la evaluación a 30 estudiantes que asistieron a clases. Para mayor información, ver el punto 3.3.2.
5. Definición de las variables. En este trabajo se consideraron las variables de representaciones por tratamiento, representaciones por conversión, la función lineal y afín. La recolección y la función de los datos basada en la medición de las variables, utilizando procedimientos estandarizados y aceptados por la comunidad científica.
6. Desarrollo del diseño de investigación. La representación de los datos por medio de números y su análisis mediante métodos estadísticos. Se redacta y se confecciona el instrumento de recopilación de información de los errores que cometen los alumnos de octavo básico en las representaciones de Duval de la

función lineal y afín. Previamente, el instrumento es validado por cuatro profesionales expertos.

7. Definición y Selección de la Muestra. La muestra se seleccionó utilizando los siguientes criterios:

- El alumno debe cursar octavo básico.
- Pertener al Liceo Bicentenario Guillermo Marín Larraín de la comuna de Retiro.
- Estar presente en su sala de clases.

Se puede ver detallado este paso en el párrafo de la descripción de la muestra.

8. Recolección de Datos. Se lleva a cabo la recolección de datos, mediante el uso del instrumento de medición elaborado en la etapa 6.

En primer lugar, se realiza una indagación de la prueba DIA, tiene importancia porque se trata de una evaluación de tipo formativa, encontrando preguntas relacionadas con la función lineal y afín, que fueron cinco del proceso intermedio del año 2024 y cinco del periodo final del año 2023. Se digitaliza el instrumento, luego se imprime con recursos propios y se aplica a 30 estudiantes de octavo básico del Liceo Bicentenario Guillermo Marín de la comuna de Retiro, el martes 26 de noviembre de 2024 (Anexo 7), considerando una hora para el desarrollo. El curso que se eligió fue porque el programa de estudio del MINEDUC del año 2016, tiene los objetivos de aprendizaje de la función lineal y afín en el octavo básico. La técnica de análisis fue cuantitativa, se visualiza en la siguiente etapa.

9. Análisis de Datos. La investigación cuantitativa busca ser objetiva, por ello se utiliza el análisis de los datos recolectados en la etapa anterior, con la finalidad de responder la pregunta de investigación y a los objetivos específicos. En primer

lugar, se extrae la información, la que es ordenada minuciosamente en el anexo 8, posteriormente se confeccionan tablas de frecuencias absolutas, relativas porcentuales y gráficos para incluirlos en la investigación.

10. Elaboración de los Resultados. Se reúnen los datos recopilados en la investigación, los resultados detallados y analizados de forma minuciosa. Luego, se presentan las conclusiones. En esta etapa la objetividad es muy importante.

Habiendo realizado la recolección de datos, se pasa a la siguiente etapa del análisis de resultados.

CAPÍTULO 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

4.1 Introducción al Capítulo

El estudio requiere del análisis y presentación de los resultados, permitiendo la veracidad de los datos obtenidos. Es fundamental verificar si se ha respondido adecuadamente a la pregunta de investigación y si se han alcanzado las conclusiones esperadas.

En este capítulo, se exponen y discuten los resultados del estudio realizado, describiendo los procedimientos y métodos estadísticos empleados en el análisis de los datos recolectados, así como los resultados alcanzados. Se abordan los hallazgos más relevantes, se vinculan con los objetivos planteados y se analizan sus implicaciones. En este contexto, se presentan los resultados descriptivos de las respuestas de los estudiantes que participaron en la investigación, además de analizar los errores en las diferentes representaciones de Duval en la función lineal y afín.

4.2 Análisis de los Datos

El instrumento de evaluación utilizado en el octavo básico del Liceo Bicentenario Guillermo Marín Larraín presenta los resultados en la tabla 2, donde se detalla el número de estudiantes que respondieron de forma correcta e incorrecta a cada pregunta.

Tabla 2*Resultados obtenidos del Instrumento*

Nº DE PREGUNTA	ACTIVIDAD SEGÚN DUVAL	DESCRIPCIÓN	RESPUESTAS CORRECTAS	RESPUESTAS INCORRECTAS
1	Tratamiento Registro Algebraico	La función afín presentada para calcular la imagen de un número real	19	11
2	Conversión Registro Lenguaje Natural al Registro Algebraico	Identificar la función afín que modele una situación real	26	4
3	Tratamiento Registro algebraico	Trasladar una función lineal y obtener la función afín	15	15
4	Conversión Registro Algebraico al Registro Gráfico	Representar gráficamente una función afín	6	24
5	Conversión Registro Lenguaje Natural al Registro Algebraico	Identificar la función afín que modele una situación real	16	14
6	Conversión Registro Lenguaje Natural al Registro Algebraico	Identificar la función afín que modele una situación real	12	18
7	Tratamiento Registro algebraico	La función afín presentada para calcular la imagen de un número real	18	12
8	Conversión Registro Gráfico al Registro Algebraico	Identificar la función afín que represente el gráfico de la línea recta	6	24
9	Conversión Registro Lenguaje Natural al Registro Algebraico	Identificar la función afín que modele una situación real	13	17
10	Tratamiento Registro Gráfico al Registro Algebraico	Trasladar una función lineal en un gráfico y obtener la función afín	18	12

Fuente: Elaboración Propia

En la tabla 2 se presentan los siguientes resultados:

- Con respecto a las respuestas correctas, la mayoría de los estudiantes de octavo básico del liceo logró resolver adecuadamente la pregunta N°2, que trata sobre la Conversión del Registro Lenguaje Natural al Registro Algebraico, identificando correctamente la función afín que modela una situación real. Según el planteamiento de Duval, destaca el requisito de transformación, se cumple cuando los alumnos desde el registro en lenguaje natural, analizan al leer el ejercicio y transitan al Registro Algebraico, cuando identifican los parámetros. También, se cumple la coordinación entre los registros, permitiendo el desarrollo y aprendizaje de la función lineal y afín (Duval, 2006).

- Por otro lado, las preguntas N°4 y N°8 fueron las que generaron más errores en los alumnos. En la N°4, relacionada con la Conversión Registro Algebraico al Gráfico, los alumnos mostraron dificultades para representar gráficamente una función afín. En la N°8, que aborda la Conversión Registro Gráfico al Algebraico, los alumnos no lograron identificar la función afín correspondiente al gráfico. Duval menciona que existen dos requisitos de las representaciones semióticas, la transformación y la coordinación. En los dos ejercicios los alumnos no logran la transformación ni la coordinación, donde está incluido el Registro Gráfico, debido a que está relacionado con varios conceptos, como son los pares ordenados, la recta, la variable dependiente y la independiente, los parámetros, la función lineal, plano cartesiano. Los errores pueden ocurrir en el periodo de la enseñanza y se originan en los conceptos basados en los conocimientos previos, siendo de manera espontánea y personal en cada estudiante, los que requieren una reorganización de los conocimientos (Rico 1998).

Según Duval (1993), el sistema semiótico puede constituirse por tres actividades cognitivas: el registro, el tratamiento y la conversión. A continuación se realizará un

análisis más exhaustivo de las respuestas en relación con las representaciones a través del tratamiento y la conversión.

Representación mediante la actividad de tratamiento. En la tabla 3 se presentan las respuestas correspondientes a los tres ejercicios de representación por tratamiento.

Tabla 3

Porcentajes de Preguntas de Representaciones por Tratamiento

PREGUNTA n°	REGISTRO	RESPUESTAS CORRECTAS (C)	RESPUESTAS PARCIAL C	RESPUESTAS INCORRECTAS
1	RA	63%	17%	20%
3	RA	50%	23%	27%
7	RA	60%	10%	30%

Fuente: Elaboración Propia

Se puede observar que las tres preguntas de tratamiento pertenecen al Registro Algebraico (RA), no presentan mayores dificultades los alumnos en las respuestas de los números 1 y 7, cuando determinan la imagen de una función afín. Los alumnos realizan las representaciones semióticas que les facilitan el entendimiento de la función afín (Duval, 2006).

Los alumnos del octavo básico presentan el 50% de errores en la pregunta número 3, la que será analizada en detalle.

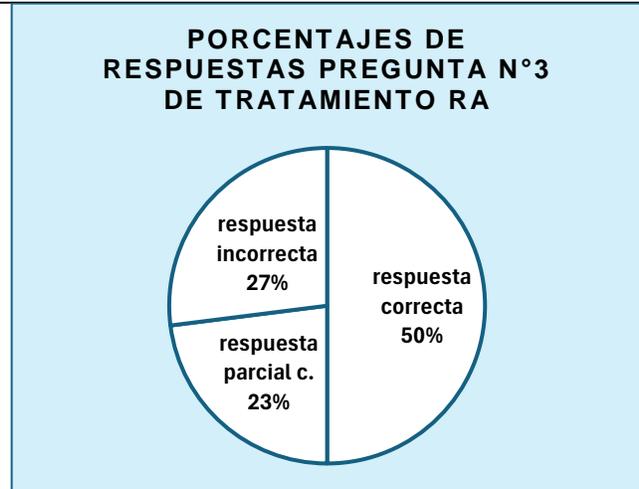
Tabla 4

Respuestas del Ejercicio N°3

3. La gráfica de la función $f(x) = -7x$ se traslada verticalmente en 2 unidades hacia abajo en el plano cartesiano y se obtiene la gráfica de una nueva función g . ¿Cuál de las siguientes expresiones corresponde a la función g ?

A) $g(x) = -7x + 2$ parcial.
B) $g(x) = -7x - 2$ correcta
C) $g(x) = -7(x - 2)$ incorrecta
D) $g(x) = -7(x + 2)$ incorrecta

En la letra A, los alumnos saben identificar la pendiente.



Fuente: Elaboración Propia

En la pregunta N°3 sobre el tratamiento en el Registro Algebraico (RA), los alumnos muestran un 50% de respuestas correctas, un 23% respuestas parciales y el 27% de respuestas incorrectas. Los alumnos de octavo básico deben trasladar una función lineal para obtener la función afín. Esta situación difiere con la investigación realizada en Argentina, donde los alumnos cometen un 66% de error, 16% superior (Soto et al., 2019). La representación es incompleta, porque no hay transformación por conversión, no comprenden el traslado de la función y no está el Registro Gráfico (Duval, 1999). Los errores del álgebra tienen su origen en los procesos que requieren haber sido

asimilados en la aritmética, los estudiantes usan inadecuadamente un procedimiento (Socas, 1997).

Representación por conversión. Tiene siete preguntas y se dividen en 3 clasificaciones:

Registro del Lenguaje Natural al Registro Algebraico (RLN – RA): incluye 3 ejercicios.

Registro Gráfico al Registro Algebraico (RG – RA): consta de 2 ejercicios.

Registro Algebraico al Registro Gráfico (RA – RG): contiene 1 ejercicio.

Tabla 5

Porcentajes de Representaciones por Conversión

PREGUNTA n°	REGISTRO	RESPUESTAS CORRECTAS (C)	RESPUESTAS PARCIAL C	RESPUESTAS INCORRECTAS
2	RLN – RA	87%	0%	13%
4	RA – RG	20%	20%	60%
5	RLN – RA	53%	10%	37%
6	RLN – RA	40%	27%	33%
8	RG – RA	20%	53%	27%
9	RLN – RA	43%	20%	37%
10	RG – RA	60%	10%	30%

Nota: RLN: Registro del Lenguaje Natural, RA: Registro Algebraico, RG: Registro Gráfico

Fuente: Elaboración Propia

Se procederá a un análisis más detallado de las preguntas: n°2, n°4, n°6 y n°8.

La n°2: mayor porcentaje de respuestas correctas.

Las preguntas n°4, n°6 y n°8 presentaron mayor porcentaje de errores.

Tabla 6

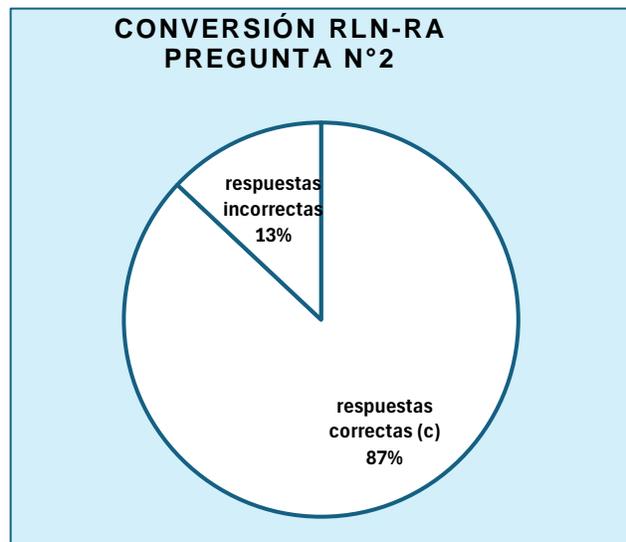
Respuestas del Ejercicio N°2

2. Una fábrica vende cajas de cerámica a \$3500 cada una. Cobra \$2500 por el despacho, independiente de la cantidad de cajas que se compren. ¿Cuál de las siguientes funciones permite calcular el monto total, en pesos, que debe pagar un cliente para que esa fábrica le despache x caja de cerámica?

- A) $f(x) = 2500x + 3500$. Confusión variables
- B) $f(x) = 3500x + 2500$. Respuesta correcta**
- C) $f(x) = 6000x$. Suman costo fijo y el variable
- D) $f(x) = 3500x$. No hay respuestas.

El 87% de los alumnos identifican la pendiente, el coeficiente de posición y las variables del RA.

Respuestas incorrectas: A) y C) 13%



Fuente: Elaboración Propia

A partir de las respuestas de la pregunta n°2, los alumnos del liceo identifican una función afín para modelar una situación real, se pueden extraer las siguientes deducciones:

- Los resultados son similares a los obtenidos en la investigación realizada Argentina (Soto et al., 2019).

- No coincide con las otras dos investigaciones: en Colombia el 83% de los alumnos respondió incorrectamente (Montaño, 2019) y en la investigación realizada en México, ningún alumno proporcionó respuestas correctas (Hernández, 2023). Los alumnos de esta investigación y con los de Argentina, lograron la transformación y coordinaron entre registros, facilitándoles la comprensión matemática. En cambio los alumnos de Colombia y México, tuvieron dificultades para lograr el aprendizaje, ya que no existe noesis sin semiosis, no lograron la representación semiótica (Duval, 1993)

La pregunta n°4 reveló la mayor cantidad de errores cometidos por los alumnos de octavo básico del liceo Bicentenario Guillermo Marín Larraín, de la comuna de Retiro, no comprenden la pendiente y el coeficiente de posición en la expresión algebraica para después realizar la representación gráfica.

En la función afín $f(x) = 5x - 3$, se observa que la pendiente es positiva, lo que implica que la recta es creciente y el coeficiente de posición es -3, intersección del eje Y en el punto (0,-3). Los errores se originan por la confusión de la pendiente y el coeficiente de posición.

En cuanto a las tres investigaciones, se puede señalar lo siguiente:

Montaño (2019), coincide con esta investigación, señalando que el 80% de los alumnos cometen errores al graficar porque falta comprensión en los parámetros.

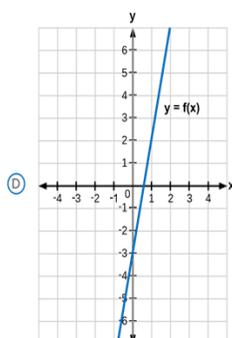
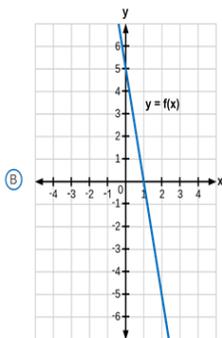
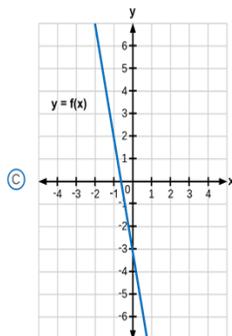
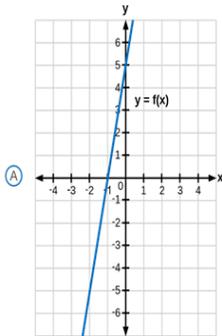
Hernández (2023), coincide con un porcentaje aproximado, del 76% de errores.

Soto et al. (2019), coincide en parte, ya que ningún estudiante logró realizar la conversión.

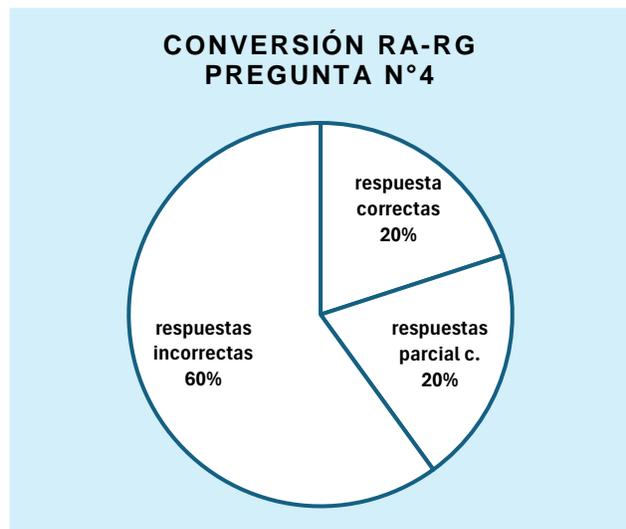
Tabla 7

Respuestas del Ejercicio N°4

4. ¿Cuál de los siguientes gráficos representa la función $f(x) = 5x - 3$?



Respuesta correcta: D). La pendiente $m > 0$, recta ascendente y el coeficiente de posición: $b = -3$, Punto $(0, -3)$ corta al eje Y. Solo el 20% de alumnos. Respuesta parcial correcta: C), el 20% identifican el coeficiente de posición y no la pendiente. Respuestas incorrectas, confunden los parámetros A) 27% y B) 33% (suman 60%)



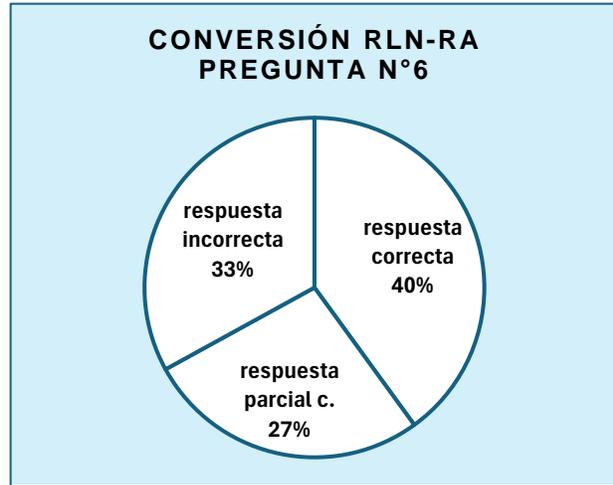
Fuente: Elaboración Propia

Tabla 8

Respuestas del Ejercicio N°6

6. El sueldo mensual de un vendedor de una marca de celulares se compone de un monto fijo de \$400 000 más una comisión de \$5 000 por cada celular que vende en el mes. ¿Qué función permite obtener el sueldo S del vendedor, en pesos, cuando vende n celulares en un mes?

- A) $S(n) = 400\,000 + \frac{5000}{n}$
- B) $S(n) = 400\,000 + 5\,000 \cdot n$. Respuesta correcta.**
- C) $S(n) = 400\,000 \cdot n + 5\,000$
- D) $S(n) = \frac{400\,000}{n} + 5\,000$



Respuesta parcial A) 27%, no identifican las variables, Invierten la relación.
C) el 13%, confunden el ingreso fijo con el variable. Respuesta incorrecta.
D) el 20% se confunden de variables. Respuesta incorrecta.

Fuente: Elaboración Propia

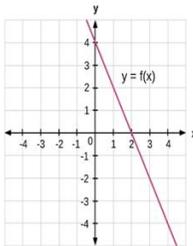
En este ejercicio los alumnos de 8° básico del liceo cometieron un 60% de errores, lo cual no coincide con los resultados de una investigación realizada en Colombia, donde los alumnos tienen el 83% de respuestas incorrectas en un ejercicio de planes de teléfonos,

superando en un 23% los resultados de este estudio (Montaño, 2019). Los conflictos cognitivos se producen debido a que los alumnos no coordinan entre registros en las conversiones de representaciones semióticas (Duval, 1999).

Tabla 9

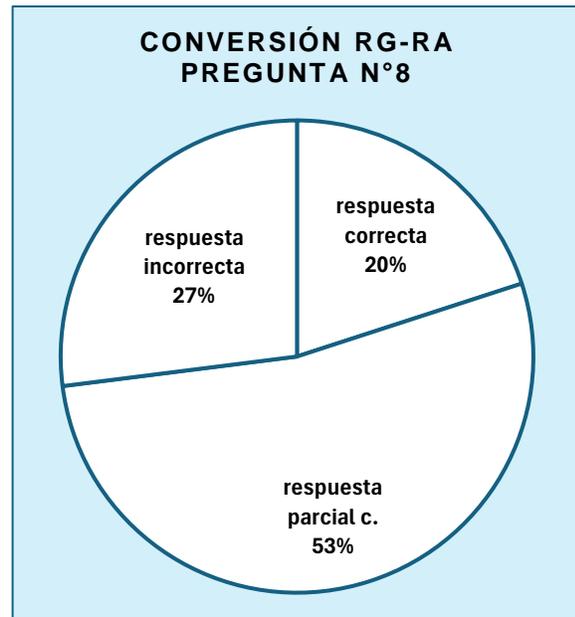
Respuestas del Ejercicio N°8

8. Observa el siguiente gráfico de una función:



¿Cuál es la expresión algebraica de la función graficada?

- A) $f(x) = -2x + 4$. Respuesta correcta.
 - B) $f(x) = -2x + 2$. Confunden coeficiente de posición.
 - C) $f(x) = 2x + 4$. Confunden la pendiente negativa y la recta descendente.
 - D) $f(x) = 4x + 2$. Confunden los parámetros.
- Respuesta parcial: 53% B) y C)
Respuesta incorrecta: 27% D)



Fuente: Elaboración Propia

En este ejercicio, los alumnos presentaron un 80% de errores y un 20% de aciertos en la conversión del Registro Gráfico al Registro Algebraico (RG-RA).

En un estudio en Argentina, los resultados fueron distintos, ya que ningún estudiante logró realizar la conversión de manera correcta, mientras que el 55% de los estudiantes lo realizó de forma parcial (Soto et al., 2019).

Por otro lado, en la investigación realizada en México, ningún estudiante logró realizar la conversión en dos ítems relacionados (Hernández, 2023).

En las transformaciones de representaciones semióticas entre los tratamientos y conversiones, la mayor cantidad de conflictos cognitivos, son en las conversiones de la pregunta n°4 y n°8, los alumnos no tuvieron coordinación entre registros, lo que desfavorece la comprensión de la función lineal y afín.

Es fundamental examinar los resultados del instrumento de evaluación aplicado en los alumnos de octavo básico, para identificar los errores en los registros de las representaciones semióticas de Duval en relación con la función lineal y afín. Esto facilitó el cumplimiento del objetivo general de esta investigación.

CAPÍTULO 5. CONCLUSIONES

5.1 Introducción del Capítulo

En este capítulo se extraen las conclusiones del análisis de los datos del instrumento de evaluación y la relación que se obtuvo con los estudios preliminares. Se describen ciertas similitudes y diferencias, fundamentadas de acuerdo con los autores que emanan de la teoría de esta investigación. Además, se incluyen las limitaciones del estudio y las proyecciones futuras que se derivan de los hallazgos obtenidos.

5.2 Reflexiones Finales

Al analizar el instrumento de evaluación aplicado en los estudiantes de octavo básico del Liceo Bicentenario Guillermo Marín Larraín, ubicado en la comuna de Retiro, se pueden identificar los errores presentes en las dos actividades vinculadas con el tratamiento y conversión según las representaciones semióticas propuestas por Duval. Se observan los errores de mayor porcentaje que se centran en las actividades cognitivas de las conversiones, las cuales producen conflictos cognitivos. Los alumnos no logran transitar entre los diferentes registros de representaciones semióticas, permaneciendo en el registro inicial sin alcanzar el aprendizaje esperado (Duval, 1999).

Para lograr los tres objetivos específicos de esta investigación, se llevaron a cabo diversas etapas. En primer lugar, se exploraron los referentes teóricos de la función lineal y afín, así como el error desde la Teoría de los Registros de la Representación Semiótica de Duval, este objetivo se cumplió satisfactoriamente, permitiendo la exploración de tres estudios relevantes. Posteriormente, se examinaron los errores que presentan los estudiantes de octavo básico del liceo Bicentenario Guillermo Marín Larraín con las

diferentes representaciones semióticas de Duval sobre los errores de la función lineal y afín. En el capítulo de los resultados se cumplió con este objetivo, al clasificar las respuestas de cada estudiante en correctas e incorrectas, además de incluir las respuestas parciales correctas, utilizando los registros de las representaciones de Duval de la función lineal y afín, lo que reveló el análisis de varios hallazgos. Finalmente, se abordó el tercer objetivo específico, que consistió en relacionar los errores de los estudiantes con las tres investigaciones previas, lo que permite facilitar el análisis de los resultados y llegar a ciertas conclusiones, que son las siguientes:

- Similitudes en aciertos. Conversión del Registro Lenguaje Natural al Registro Algebraico de la pregunta N°2, con un 87% de respuestas correctas, los alumnos identifican la función afín que modele una situación real, donde comprenden la pendiente, el coeficiente de posición y las variables en el registro algebraico, similar a la investigación que se realizó en Argentina (Soto et al., 2019). Esta transformación semiótica y la coordinación entre registros facilitó la comprensión matemática (Duval,2006).

- Similitudes de errores. En la conversión del Registro Algebraico al Registro Gráfico. Pregunta N°4, los alumnos del liceo cometieron el 80% de errores, confunden los parámetros en el gráfico, no recuerdan cuando la pendiente es positiva, la recta es ascendente, este hallazgo coincide con el estudio de Montaña (2019).

Socas (1997), menciona que los errores tienen su origen en las actitudes afectivas y emocionales que pueden provenir de la falta de concentración, bloqueos y olvidos.

- Diferencias en la pregunta N°2. Los alumnos del liceo Guillermo Marín Larraín de Retiro tuvieron la mayor cantidad de respuestas correctas, son diferentes los resultados de dos investigaciones previas: en Colombia (Montaña, 2019), donde el 83% cometieron errores

y en México, donde ningún estudiante respondió correctamente (Hernández, 2023). Los alumnos de estas dos investigaciones no lograron la coordinación en la transformación de conversión del Registro del Lenguaje Natural al Registro Algebraico, no asimilan la relación entre ambos sistemas (Duval, 2006).

Diferencias en el ejercicio N°6, los alumnos de 8° básico del liceo cometieron un 60% de errores, no coincide con los hallazgos de la investigación en Colombia, donde superaron en un 23% los errores (Montaño, 2019). Estos alumnos no cumplen con los dos requisitos cognitivos esenciales en las representaciones semióticas que son la transformación y la coordinación del Registro de Lenguaje Natural al Registro Algebraico (Duval, 2006).

Diferencias en el Ejercicio N°8, los alumnos cometieron un 80% de errores en la conversión del Registro Gráfico al Registro Algebraico. En dos investigaciones, ningún estudiante logró realizar la conversión del Registro Gráfico al Registro Algebraico, las que se efectuaron en Argentina (Soto et al., 2019) y en México (Hernández, 2023). Duval cuando empezó a estudiar las matemáticas, utiliza los registros que están unidos a los conflictos cognitivos de las transformaciones de las conversiones, menciona que es más difícil pasar de una representación gráfica a su representación algebraica (Duval, 1999).

Los estudiantes de octavo básico del liceo Guillermo Marín Larraín enfrentan dificultades en las conversiones entre el Registro Algebraico y el Registro Gráfico, y viceversa, en los números 4 y 8. Estas dificultades se centran en las transformaciones que incluyen el Registro Gráfico. Socas (1997), señala la importancia de estudiar la procedencia de los errores en los alumnos, que pueden originarse en los conocimientos previos; la mayor dificultad fue transitar en el Registro Gráfico, se debe hacer un repaso de todos los conocimientos que incluyen la representación gráfica, los parámetros, la posición de los

puntos, los cuadrantes y los ejes del plano cartesiano, la recta ascendente o descendente.

Desde el punto de vista de Duval, las representaciones mentales están formadas por los objetos y las representaciones semióticas por símbolos, que tienen como función la comunicación. Las representaciones semióticas cumplen con dos propiedades que son la transformación y la coordinación entre registros, son fundamentales para determinar los problemas de aprendizajes en las matemáticas.

5.3 Limitaciones del Estudio

La principal limitación está relacionada con el periodo de tiempo que tenemos para este trabajo de investigación y que debíamos tener el instrumento validado y aplicado, antes que los estudiantes iniciaran su periodo de vacaciones de verano, considerando que las últimas semanas de clases disminuyen de forma considerable su asistencia.

Por otro lado, a nivel nacional, los establecimientos educacionales se encontraban en la etapa de finalización del año académico, donde se hace complejo la aplicación del instrumento de evaluación, considerando aspectos como la actitud, motivación, atención, porcentaje de asistencia y cierre de calificaciones de los estudiantes.

5.4 Proyecciones del estudio

El presente trabajo de investigación ha permitido identificar los errores que cometen los estudiantes de octavo básico en el Liceo Bicentenario Guillermo Marín Larraín de la comuna de Retiro, en las diferentes representaciones semióticas de Duval relacionadas con la función lineal y afín.

Se sugiere a los futuros investigadores que deseen profundizar en este tema que utilicen herramientas que fortalezcan el proceso de conversión entre registros de representación

semiótica, diseñar materiales didácticos, donde podrán recrear actividades y disponer de recursos que promuevan la comprensión de la función lineal y afín, como ejemplo se menciona el estudio de la Lotería Gráfico-Algebraica de la Función Lineal y Afín que considera la teoría propuesta por Duval, mediante el juego se abordan aspectos como la pendiente, el coeficiente de posición, los puntos y las rectas. El material didáctico fue expuesto en el Congreso Matemático de México (Morales et al., 2017).

Los errores más frecuentes de los alumnos de octavo básico del Liceo que se estudia en esta investigación, fueron en las transformaciones que transitan en la representación gráfica, podría ayudar el uso de las TIC, como GeoGebra, en el aprendizaje de la función lineal y afín (MINEDUC, 2016).

Para que los alumnos puedan adquirir los conocimientos y coordinen las representaciones semióticas de Duval, se deben considerar los conocimientos previos en cada uno de los registros. Rico (1998), menciona que los errores en el aprendizaje de las matemáticas se desarrollan a lo largo de toda la educación y pueden contribuir de forma positiva en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

También, desde el punto de vista de Brousseau (1999), los errores pueden provenir del conocimiento de la función lineal y afín que se evidencia falso en los estudiantes de octavo básico del Liceo Guillermo Marín de la comuna de Retiro. Los alumnos no consideran el significado de los conceptos, las reglas y los símbolos, generando resultados inadecuados de los fundamentos matemáticos (Rico 1998).

REFERENCIAS

Acevedo, G. et al., (2020). Transposición didáctica para apoyar la enseñanza de la función lineal y afín para estudiantes de cálculo usando las NTIC. *Aglala* (11, pp. 200-221).

Agencia de la Calidad de la Educación. (2018). Aprendiendo de los Errores: Un análisis de los errores frecuentes de los estudiantes de II medio en la prueba SIMCE y sus implicancias pedagógicas.

Agencia de calidad de la Educación.(2024). *Diagnóstico Integral de Aprendizaje, Manual de Uso, Documento Guía para Directivos y Docentes*.

Agencia de Calidad de la Educación.(2024). *Resultado Educativo 2023*. Santiago, Ministerio de Educación. <https://www.simce.cl/3434/inicio>.

Agencia de Calidad de la Educación. (2022). *Informe Nacional Resultado Chile PISA 2022*, Santiago, Ministerio de Educación de Chile, OECD Programme for International Student Assessment.

Brousseau, G. (1999). Los obstáculos epistemológicos y los problemas en matemáticas, traducido por Hernández y Villalba del original: G. Brousseau, (1983), Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques, *Recherches en Didactique des Mathématiques*. (v. 4, n°2, pp. 165-198).

Cañadas, M. y Molina, M. (2016). Una aproximación al marco conceptual y principales antecedentes del pensamiento funcional en las primeras edades. En Castro, E, et. al. Investigación en Educación Matemática. Homenaje a Luis Rico (pp. 209-218). Granada, España: Comares.

Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas CPEIP, (2022). Estándares Pedagógicos y Disciplinarios para Carreras de Pedagogía en Educación General Básica. (pp. 116-120).

Domínguez, G & Cerqueira, J (2021). *A theoretical Model of Mathematics for teaching the concept of function*. *The Mathematics Enthusiast* (18,3) (pp. 535-577).

<https://doi.org/10.54870/1551-3440.1536>

Duval, R. (2006). *Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación*. *La Gaceta Real Sociedad Matemática*, (9,1) (pp. 143-168).

Duval, R. (2004). *Los problemas fundamentales en el aprendizaje de las matemáticas y las formas superiores del conocimiento*. Cali, Colombia. Universidad del Valle.

Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano: Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. (Traducción de Miryam Vega). Universidad del Valle.

Duval, R. (1999). Registros de representación comprensión y aprendizaje. En, *Semiosis y pensamiento humano* (pp. 25-80). *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*.

Duval, R. (1993). Registres de représentations sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée [Registers of semiotic representations and cognitive functioning of thought]. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 5(1), 37– 65.

Duval, R. (1988a). Ecart sémantiques et cohérence mathématique: Introduction aux problèmes de congruence [Semantic disparities and mathematical coherence: An introduction to the problems of congruence]. *Annales de Didactique et de Sciences cognitives*, 1(1), 7–25.

Forero, M. (2018). *La construcción del concepto de función lineal, utilizando herramientas tecnológicas, en la escuela secundaria* (Tesis de Maestría). Instituto Politécnico Nacional, México.

Hernández, M.(2023). *Función lineal y sus registros de representación semiótica. Diseño de una secuencia didáctica para el nivel secundaria*. [Tesis- Maestría en Matemática Educativa]. <http://ricaxcan.uaz.edu.mx/jspui/handle/20.500.11845/3443>.

Hernández, R. (2014). *Metodología de la Investigación*. México: McGraw -Hill.

Hitt, F. (2003). *Dificultades en el aprendizaje del cálculo. Décimo primer Encuentro de Profesores de Matemáticas del Nivel Medio Superior. Morelia*. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo.

Ministerio de Educación. (2016). Desarrollo de Habilidades: Aprender a Pensar Matemáticamente. 7° y 8° año de Educación Básica.

Ministerio de Educación. (2016). Matemática Programa de Estudio Octavo Básico. https://www.curriculumnacional.cl/portal/Documentos-curriculares/Programas/18983:Programa-de-Estudio-Matematica#clasificaciones_recurso.

Montaño, C. (2019). *Algunas dificultades en la comprensión de la función lineal asociadas a la conversión entre los registros gráfico y algebraico en grado noveno*, [trabajo de grado: pregrado, Universidad del Valle de Colombia]. <https://hdl.handle.net/10893/14288>.

Morales, L. et al. (2017). *Lotería Gráfico-Algebraico de la Función Lineal y Afín*. Universidad de los Andes.

Olivares, E. (2018). *Coordinación de diferentes registros de representación semiótica para movilizar la noción de elipse en estudiantes de física* [tesis de maestría, Pontificia Universidad Católica del Perú].

Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura [UNESCO].(2024). PISA 2022, El panorama de los países de América Latina y el Caribe.

Ramírez, J. (2023). Las funciones lineales en nuestra vida diaria. *Con-Ciencia Boletín Científico De La Escuela Preparatoria No. 3*. (10,20, pp.22-23). <https://doi.org/10.29057/prepa3.v10i20.10737>.

Ramos, L. (2018). Tratamiento del error en clase. *Revista digital Ventana Abierta*. <https://revistaventanaabierta.es/>

Rico, L. (1998). Educación Matemática. Errores y dificultades de los estudiantes. Resolución de problemas. Evaluación. Historia. En J. Kilpatrick, L. Rico, y P. Gómez (Eds.), Educación matemática (pp. 69-108). Bogotá: Universidad de los Andes.

Rojas, C. (2020). Función Lineal y Cuadrática. Red Educativa Digital Descartes. Colombia.(v. 1).

Socas, M. (1997). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las Matemáticas en la Educación Secundaria. En Rico et al. *La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria*. Barcelona: Horsori.

Soto, M. et al. (2019). Coordinación de Registros de Representación en el Aprendizaje de la Función Lineal. *Unión – Revista Iberoamericana de Educación Matemática*.(15,55). Recuperado a partir de <https://union.fespm.es/index.php/UNION/article/view/292>.

Unidad de Currículum y Evaluación.(2023). *Orientaciones didácticas, Matemática*. <https://bibliotecadigital.mineduc.cl/bitstream/handle/20.500.12365/19348/Orient%20Did%20-%20Matematica.pdf?sequence=1&isAllowed=y>.

ANEXOS

Anexo 1: Validación de la Evaluación por los Expertos

EVALUACIÓN Y VALIDACIÓN POR EXPERTOS

La construcción del instrumento fue en base a diez preguntas extraídas de las pruebas estandarizadas del Diagnóstico Integral de Aprendizaje (DIA) de la etapa de monitorio intermedio del año 2024 y de la etapa final del año 2023.

Para la validación necesito que por favor clasifique cada una de las preguntas según las diferentes Representaciones Semióticas de Duval con los respectivos registros. A continuación se presentan los siguientes conceptos:

Representación por tratamiento: estas ocurren dentro del mismo registro, se produce un cambio en el procedimiento, ya sea en el Registro Algebraico (RA), Registro Tabular (RT), Registro del Lenguaje Natural (RLN) o Registro Gráfico (RG).

Representación por conversión: consiste en cambiar de un registro a otro, ósea puede cambiar desde el Registro Algebraico (RA) al Registro Gráfico (RG), desde el Registro del Lenguaje Natural (RLN) al Registro Algebraico (RA), o cualquier otro cambio.

A continuación se presenta la siguiente evaluación, en el recuadro después de cada pregunta usted marcará la que corresponda según sus apreciaciones y si estima conveniente describir alguna observación.

EVALUACIÓN DE LA FUNCIÓN LINEAL Y AFÍN

OCTAVO BÁSICO

Objetivo de aprendizaje

N°10 Mostrar que comprenden la función afín: generalizándola como la suma de una constante con una función lineal, trasladando funciones lineales en el plano cartesiano, determinando el cambio constante de un intervalo a otro, de manera gráfica y simbólica, de manera manual y/o con software educativo, relacionándola con el interés simple, y utilizándola para resolver problemas de la vida diaria y de otras asignaturas.

Ejercicios:

1. En la función $f(x) = x + 5$, ¿Cuál es el valor de $f(-2)$?

- A) -7
- B) -3
- C) 3
- D) 7

La pregunta considera la representación por:	
Tratamiento del Registro Algebraico (RA)	Conversión del Registro Algebraico (RA)
Observaciones:	

2. Una fábrica vende cajas de cerámica a \$3500 cada una. Cobra \$2500 por el despacho, independiente de la cantidad de cajas que se compren. ¿Cuál de las siguientes funciones permite calcular el monto total, en pesos, que debe pagar un cliente para que esa fábrica le despache x caja de cerámica?

A) $f(x) = 2500x + 3500$

B) $f(x) = 3500x + 2500$

C) $f(x) = 6000x$

D) $f(x) = 3500x$

La pregunta considera la representación por:	
Tratamiento del Registro del Lenguaje Natural (RLN)	Conversión del Registro Lenguaje Natural (RLN) al Registro Algebraico (RA)
Observaciones:	

3. La gráfica de la función $f(x) = -7x$, se traslada verticalmente en 2 unidades hacia abajo en el plano cartesiano y se obtiene la gráfica de una nueva función g . ¿Cuál de las siguientes expresiones corresponde a la función g ?

A) $g(x) = -7x + 2$

B) $g(x) = -7x - 2$

C) $g(x) = -7(x-2)$

D) $g(x) = -7(x + 2)$

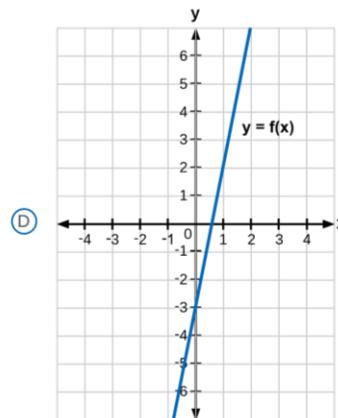
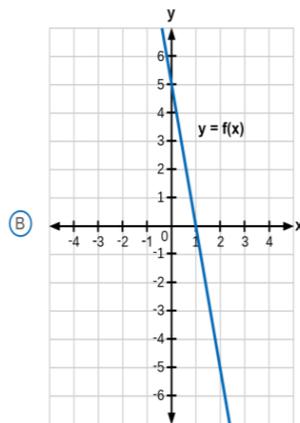
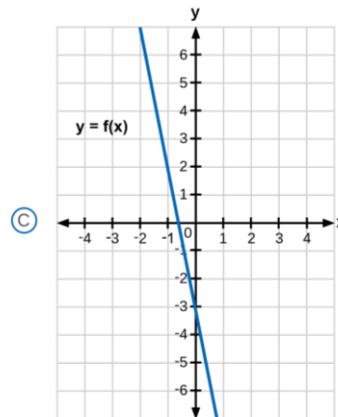
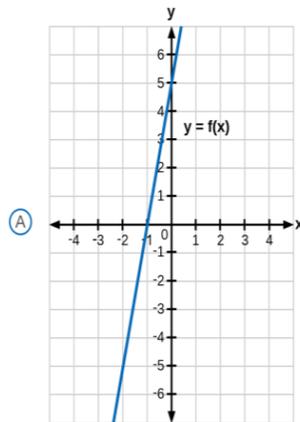
La pregunta considera la representación por:

Tratamiento del Registro Algebraico (RA)

Conversión del Registro Algebraico (RA)

Observaciones:

4. ¿Cuál de los siguientes gráficos representa la función $f(x) = 5x - 3$



La pregunta considera la representación por:	
Tratamiento del Registro Algebraico (RA)	Conversión del Registro Algebraico (RA) al Registro Gráfico (RG)
Observaciones:	

5. El sueldo mensual de un vendedor se compone de un monto fijo de \$320000 y de una comisión que corresponde al 5% del monto total de los productos que vende en el mes. ¿Cuál de las siguientes funciones permite calcular el sueldo $f(x)$, en pesos que recibirá el vendedor en un mes en que logre vender productos por un monto total de x pesos?

- A) $f(x) = 320000 + 0,05x$
- B) $f(x) = 320000x + 0,05$
- C) $f(x) = 320000 \cdot 0,05 + x$
- D) $f(x) = (320000 + x) 0,05$

La pregunta considera la representación por:	
Tratamiento del Registro del Lenguaje Natural (RLN)	Conversión del Registro Lenguaje Natural (RLN) al Registro Algebraico (RA)
Observaciones:	

6. El sueldo mensual de un vendedor de una marca de celulares se compone de un monto fijo de \$400 000 más una comisión de \$5 000 por cada celular que vende en el mes.

¿Qué función permite obtener el sueldo S del vendedor, en pesos, cuando vende n celulares en un mes?

A) $S(n) = 400\,000 + \frac{5\,000}{n}$

B) $S(n) = 400\,000 + 5\,000 \cdot n$

C) $S(n) = 400\,000 \cdot n + 5\,000$

D) $S(n) = \frac{400\,000}{n} + 5\,000$

La pregunta considera la representación por:	
Tratamiento por Registro del Lenguaje Natural (RLN)	Conversión del Registro Lenguaje Natural (RLN) al Registro Algebraico (RA)
Observaciones:	

7. En la función $f(x) = x + 2$, ¿cuál es el valor de $f(-1)$?

A) -3

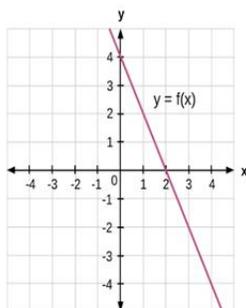
B) -1

C) 1

D) 3

La pregunta considera la representación por:	
Tratamiento del Registro Algebraico	Conversión del Registro Algebraico
Observaciones:	

8. Observa el siguiente gráfico de una función:



¿Cuál es la expresión algebraica de la función graficada?

- A) $f(x) = -2x + 4$
- B) $f(x) = -2x + 2$
- C) $f(x) = 2x + 4$
- D) $f(x) = 4x + 2$

La pregunta considera la representación por:	
Tratamiento del Registro Gráfico (RG)	Conversión del Registro Gráfico (RG) al Registro Algebraico (RA)
Observaciones:	

9. La siguiente tabla muestra las tarifas de un estacionamiento según la cantidad de días que se usa.

TARIFAS

Días de uso	Precio
1 día	\$ 6 000
2 días	\$10 000
3 días	\$14 000
4 días	\$18 000
5 días	\$22 000
6 días	\$26 000
7 días	\$30 000
8 días	\$34 000
9 días	\$38 000
10 días	\$42 000

¿Cuál de las siguientes funciones corresponde a la tarifa T que se pagará, en pesos, por d días de uso del estacionamiento?

A) $T(d) = 4000 \cdot d$

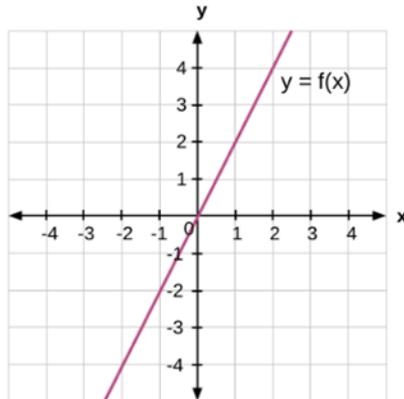
B) $T(d) = 6000 \cdot d$

C) $T(d) = 4000 \cdot d + 2000$

D) $T(d) = 6000 \cdot d - 2000$

La pregunta considera la representación por:	
Tratamiento del Registro del Lenguaje Natural (RLN)	Conversión del Registro Lenguaje Natural (RLN) al Registro Algebraico (RA)
Observaciones:	

10. El siguiente gráfico representa la función definida por $f(x) = 2x$



Al trasladar la gráfica de f de modo que pase por el punto $(0, 3)$ se obtiene la gráfica de la función g . ¿Cuál es la expresión algebraica de g ?

- A) $g(x) = 3x + 3$
- B) $g(x) = 3x - 3$
- C) $g(x) = 2x + 3$
- D) $g(x) = 2x - 3$

La pregunta considera la representación por:	
Tratamiento del Registro Gráfico (RG)	Conversión del Registro Gráfico (RG) al Registro Algebraico (RA)
Observaciones:	

Anexo 2: Resultados de la validación de expertos.

Ítem	Experto 1	Experto 2	Experto 3	Experto 4
1	Tratamiento del Registro Algebraico			
2	Conversión del Registro Lenguaje Natural al Registro Algebraico	Conversión del Registro Lenguaje Natural al Registro Algebraico	Conversión del Registro Lenguaje Natural al Registro Algebraico	Conversión del Registro Lenguaje Natural al Registro Algebraico
3	Tratamiento del Registro Algebraico			
4	Conversión del Registro Algebraico al Registro Gráfico			
5	Conversión del Registro Lenguaje Natural al Registro Algebraico	Conversión del Registro Lenguaje Natural al Registro Algebraico	Conversión del Registro Lenguaje Natural al Registro Algebraico	Conversión del Registro Lenguaje Natural al Registro Algebraico
6	Conversión del Registro Lenguaje Natural al Registro Algebraico	Conversión del Registro Lenguaje Natural al Registro Algebraico	Conversión del Registro Lenguaje Natural al Registro Algebraico	Conversión del Registro Lenguaje Natural al Registro Algebraico
7	Tratamiento del Registro Algebraico			
8	Conversión del Registro Gráfico al Registro Algebraico			
9	Conversión del Registro Lenguaje Natural al Registro Algebraico	Conversión del Registro Lenguaje Natural al Registro Algebraico	Conversión del Registro Lenguaje Natural al Registro Algebraico	Conversión del Registro Lenguaje Natural al Registro Algebraico
10	Conversión del Registro Gráfico al Registro Algebraico			

Fuente: Elaboración Propia.

Anexo 3: Validación del Dr. Juan Albornoz Pinilla.



UNIVERSIDAD
SAN SEBASTIAN
FACULTAD DE CIENCIAS DE
LA EDUCACIÓN



CONSTANCIA DE VALIDACIÓN DEL INSTRUMENTO

Yo, Juan Miguel Albornoz Pinilla
portador(a) de la C.I. n° : 2044548-9, de profesión
Profesor de Educación General Básica y grado académico
Doctor en Ciencias Educativas por medio de la presente hago constar que he
leído y evaluado el instrumento de recolección de datos correspondiente al Proyecto
**“ANÁLISIS DE LOS ERRORES COMETIDOS POR LOS ESTUDIANTES DE OCTAVO
BÁSICO EN LAS DIFERENTES REPRESENTACIONES SEMIÓTICAS DE DUVAL DE LA
FUNCIÓN LINEAL Y AFÍN”**, presentado por la estudiante:
Magaly de las Mercedes Durán Bustamante.

Para optar al grado de **Licenciado en Educación**, el cual apruebo en calidad de validador.

Firma: _____

Fecha: 25/11/2024

Anexo 4: Validación del Mg. Claudio Fuentes Ortega.



CONSTANCIA DE VALIDACIÓN DEL INSTRUMENTO

Yo, Claudio Fuentes Ortega,
portador(a) de la C.I., n° 10.028.506-0, de profesión
Profesora de Matemática y grado académico
Magister en Educación, por medio de la presente hago constar que he
leído y evaluado el instrumento de recolección de datos correspondiente al Proyecto
"ANÁLISIS DE LOS ERRORES COMETIDOS POR LOS ESTUDIANTES DE OCTAVO
BÁSICO EN LAS DIFERENTES REPRESENTACIONES SEMIÓTICAS DE DUVAL DE LA
FUNCIÓN LINEAL Y AFÍN", presentado por la estudiante:
Magaly de las Mercedes Durán Bustamante.

Para optar al grado de Licenciado en Educación, el cual apruebo en calidad de validador.

Firma: 

CLAUDIO FUENTES O.
Profesor de Matemática
Post. Tit. Adm. Educacional
Curriculum y Evaluación
Magister en Educación

Fecha: 21 de noviembre de 2024

Anexo 5: Validación del Mg. Udelio Parra Orellana



CONSTANCIA DE VALIDACIÓN DEL INSTRUMENTO

Yo, Udelio Parra Orellana,
portador(a) de la C.I. n° : 8360917-6, de profesión
Profesor de Educación General Básica y grado académico
Magister en Política y G. Educativa, por medio de la presente hago constar que he
leído y evaluado el instrumento de recolección de datos correspondiente al Proyecto
"ANÁLISIS DE LOS ERRORES COMETIDOS POR LOS ESTUDIANTES DE OCTAVO
BÁSICO EN LAS DIFERENTES REPRESENTACIONES SEMIÓTICAS DE DUVAL DE LA
FUNCIÓN LINEAL Y AFÍN", presentado por la estudiante:
Magaly de las Mercedes Durán Bustamante.

Para optar al grado de **Licenciado en Educación**, el cual apruebo en calidad de validador.

Firma: 

Fecha: 25/11/2024

Anexo 6: Validación de la Mg. María Hernández Castillo.



CONSTANCIA DE VALIDACIÓN DEL INSTRUMENTO

Yo, María Cristina del C. Hernández Castillo,
portador(a) de la C.I. n° : 12.374.719-9, de profesión
Prof. básica, mención Matemática y grado académico
Magister en Educación, por medio de la presente hago constar que he
leído y evaluado el instrumento de recolección de datos correspondiente al Proyecto
**"ANÁLISIS DE LOS ERRORES COMETIDOS POR LOS ESTUDIANTES DE OCTAVO
BÁSICO EN LAS DIFERENTES REPRESENTACIONES SEMIÓTICAS DE DUVAL DE LA
FUNCIÓN LINEAL Y AFÍN"**, presentado por la estudiante:
Magaly de las Mercedes Durán Bustamante.

Para optar al grado de **Licenciado en Educación**, el cual apruebo en calidad de validador.

Firma: Ju. Quek.

Fecha: 25-11-24

Anexo 7: Instrumento de la Investigación.

EVALUACIÓN DE MATEMÁTICAS DE OCTAVO BÁSICO

TEMA: FUNCIÓN LINEAL Y AFÍN

NOMBRE DEL ALUMNO:

FECHA: 26/11/2024

Indicaciones: Marcar la alternativa correcta de los siguientes ejercicios:

1. En la función $f(x) = x + 5$, ¿Cuál es el valor de $f(-2)$?

- A) -7
- B) -3
- C) 3
- D) 7

2. Una fábrica vende cajas de cerámica a \$3500 cada una. Cobra \$2500 por el despacho, independiente de la cantidad de cajas que se compren. ¿Cuál de las siguientes funciones permite calcular el monto total, en pesos, que debe pagar un cliente para que esa fábrica le despache x caja de cerámica?

- A) $f(x) = 2500x + 3500$
- B) $f(x) = 3500x + 2500$
- C) $f(x) = 6000x$
- D) $f(x) = 3500x$

3. La gráfica de la función $f(x) = -7x$ se traslada verticalmente en 2 unidades hacia abajo en el plano cartesiano y se obtiene la gráfica de una nueva función g . ¿Cuál de las siguientes expresiones corresponde a la función g ?

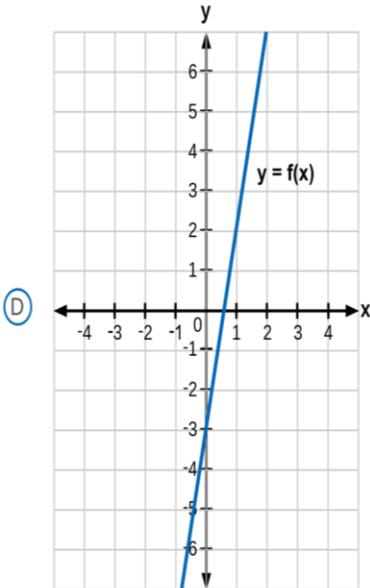
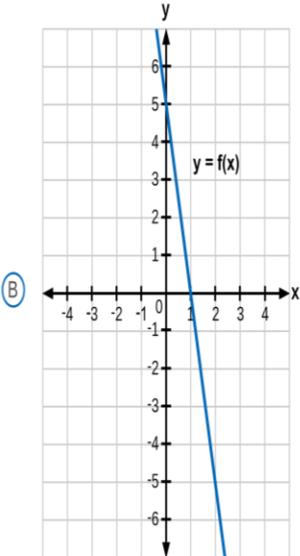
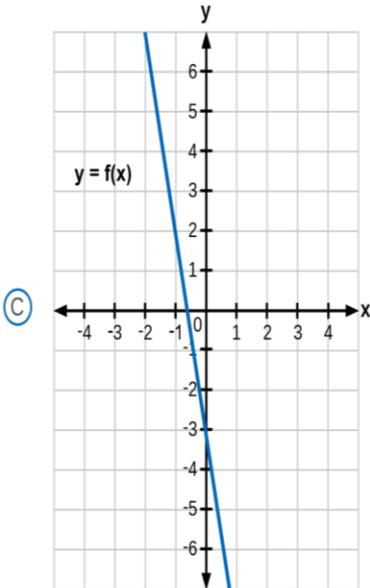
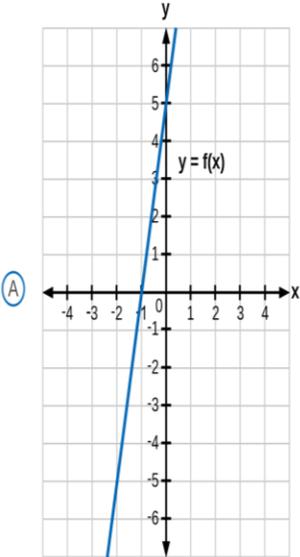
A) $g(x) = -7x + 2$

B) $g(x) = -7x - 2$

C) $g(x) = -7(x - 2)$

D) $g(x) = -7(x + 2)$

4. ¿Cuál de los siguientes gráficos representa la función $f(x) = 5x - 3$?



5. El sueldo mensual de un vendedor se compone de un monto fijo de \$320000 y de una comisión que corresponde al 5% del monto total de los productos que vende en el mes. ¿Cuál de las siguientes funciones permite calcular el sueldo $f(x)$, en pesos que recibirá el vendedor en un mes en que logre vender productos por un monto total de x pesos?

- A) $f(x) = 320000 + 0,05x$
- B) $f(x) = 320000x + 0,05$
- C) $f(x) = 320000 \cdot 0,05 + x$
- D) $f(x) = (320000 + x) 0,05$

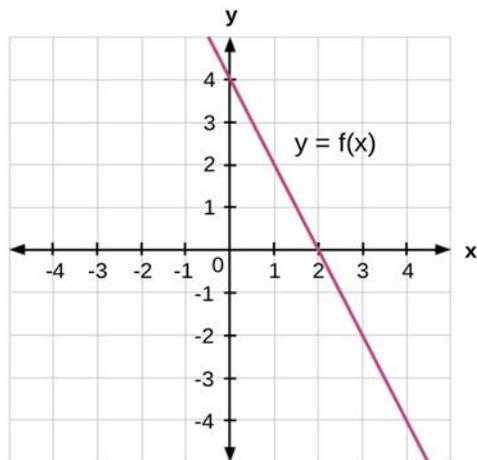
6. El sueldo mensual de un vendedor de una marca de celulares se compone de un monto fijo de \$400000 más una comisión de \$5000 por cada celular que vende en el mes. ¿Qué función permite obtener el sueldo S del vendedor, en pesos, cuando vende n celulares en un mes?

- A) $S(n) = 400\,000 + \frac{5000}{n}$
- B) $S(n) = 400000 + 5\,000 \cdot n$
- C) $S(n) = 400000 \cdot n + 5\,000$
- D) $S(n) = \frac{400000}{n} + 5\,000$

7. En la función $f(x) = x + 2$, ¿cuál es el valor de $f(-1)$?

- A) -3
- B) -1
- C) 1
- D) 3

8. Observa el siguiente gráfico de una función:



¿Cuál es la expresión algebraica de la función graficada?

- A) $f(x) = -2x + 4$
- B) $f(x) = -2x + 2$
- C) $f(x) = 2x + 4$
- D) $f(x) = 4x + 2$

9. La siguiente tabla muestra las tarifas de un estacionamiento según la cantidad de días que se usa.

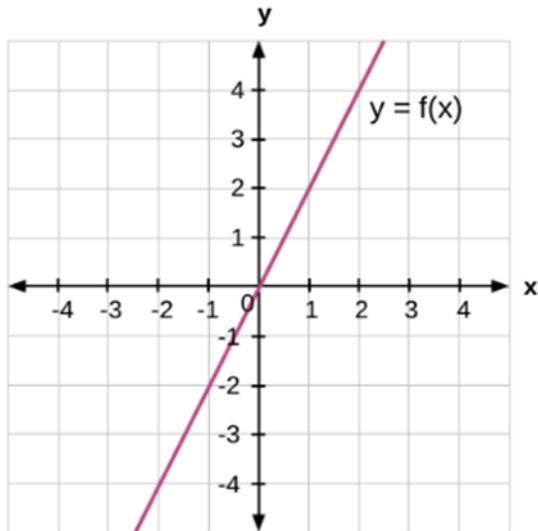
TARIFAS

Días de uso	Precio
1 día	\$ 6 000
2 días	\$10 000
3 días	\$14 000
4 días	\$18 000
5 días	\$22 000
6 días	\$26 000
7 días	\$30 000
8 días	\$34 000
9 días	\$38 000
10 días	\$42 000

¿Cuál de las siguientes funciones corresponde a la tarifa T que se pagará, en pesos, por d días de uso del estacionamiento?

- A) $T(d) = 4000 \cdot d$
- B) $T(d) = 6000 \cdot d$
- C) $T(d) = 4000 \cdot d + 2000$
- D) $T(d) = 6000 \cdot d - 2000$

10. El siguiente gráfico representa la función definida por $f(x) = 2x$



Al trasladar la gráfica de f de modo que pase por el punto $(0, 3)$ se obtiene la gráfica de la función g . ¿Cuál es la expresión algebraica de g ?

- A) $g(x) = 3x + 3$
- B) $g(x) = 3x - 3$
- C) $g(x) = 2x + 3$
- D) $g(x) = 2x - 3$

Anexo 8: Respuestas de los Alumnos del Octavo Básico

Pregunta	N° Objetivo de Aprendizaje	Eje	Habilidad	Indicador de Evaluación	% Respuestas
1	10	Álgebra y Funciones	Resolver problemas	Encuentran la imagen de un número real bajo una función afín.	A:13%, B:17%, C:63% D:7% RC:63% RI:37%
2	10	Álgebra y Funciones	Modelar	Identifican funciones afines que modelan diversas situaciones	A:6%, B:87% , C:7% D:0%, RC:87%, RI:13%
3	10	Álgebra y Funciones	Resolver problemas	Relacionan funciones afines con funciones lineales mediante la traslación del gráfico de la función lineal para llegar al de la función afín.	A:23%, B:50% , C:17%, D:10% RC:50% RI:50%
4	10	Álgebra y Funciones	Representar	Representan gráficamente una función afín dada algebraicamente.	A:27%, B:33%, C:20%, D:20% RC:20% RI:80%
5	10	Álgebra y Funciones	Modelar	Identifican funciones afines que modelan diversas situaciones.	A:53% , B:17%, C:20%, D:10% RC:53% RI:47%
6	10	Álgebra y Funciones	Modelar	Identifican funciones afines que modelan diversas situaciones	A:27%, B:40% , C:13% D:20% RC:40% RI:60%
7	10	Álgebra y Funciones	Resolver problemas	Encuentran la imagen de un número real bajo una función afín.	A:13%, B:10% C:60% , D:17% RC:60% RI:40%
8	10	Álgebra y Funciones	Resolver problemas	Representan gráficamente una función afín dada algebraicamente.	A:20% , B:23%, C:30%, D:27% RC:20% RI:80%
9	10	Álgebra y Funciones	Modelar	Identifican funciones afines que modelan diversas situaciones.	A:20%, B:20% C:43% , D:17% RC:43% RI:57%
10	10	Álgebra y Funciones	Resolver problemas	Relacionan funciones afines con funciones lineales mediante la traslación del gráfico de la función lineal para llegar al de la función afín.	A:17%, B:13% C:60% , D:10% RC:60% RI:40%

Glosa: RC: Respuestas Correctas, RI: Respuestas Incorrectas.

Fuente: Elaboración Propia.